

発散 (divergence)

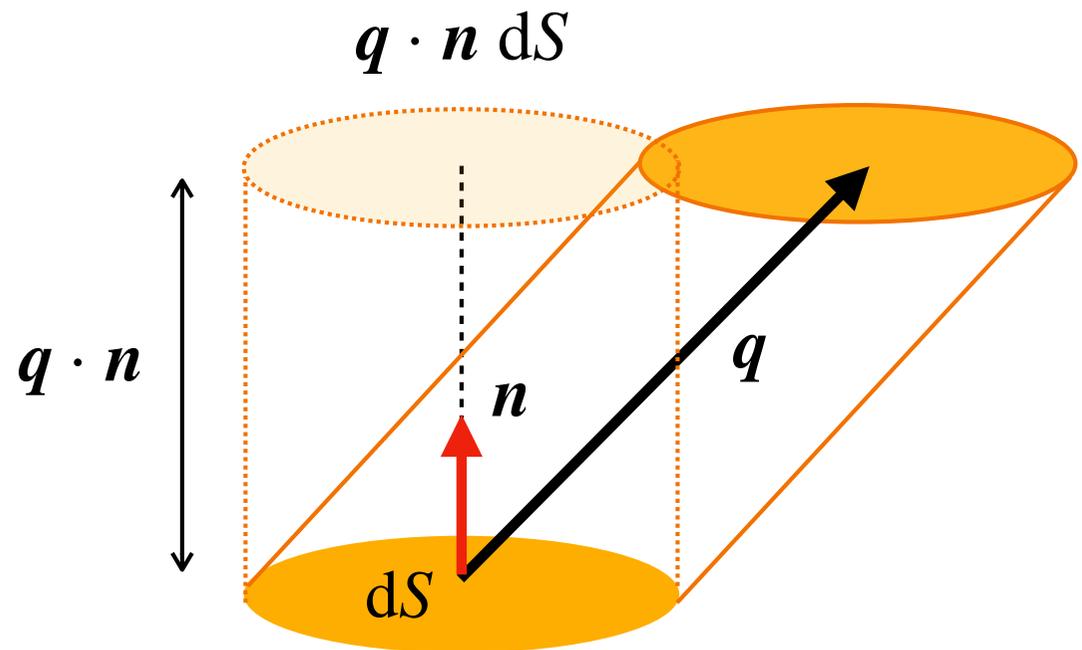
ある物理量の流束ベクトル場 (flux vector field) $\mathbf{q}(\mathbf{x})$

単位時間・単位面積当たりの移動量

(1) 面 S からの流出量 (単位時間当たり)

$$\int_S \mathbf{q} \cdot \mathbf{n} \, dS = Q$$

$$\begin{cases} Q > 0 & : \text{流出} \\ Q = 0 & : \text{流出入なし} \\ Q < 0 & : \text{流入} \end{cases}$$



(2) Gaussの発散定理と流束ベクトル場

$$\int_V \operatorname{div} \mathbf{q} \, dV = \int_V \nabla \cdot \mathbf{q} \, dV = \int_S \mathbf{q} \cdot \mathbf{n} \, dS$$

○ 流束ベクトル場に設けた検査領域 V_k

$$(V_1): \int_V \operatorname{div} \mathbf{q} \, dV = \int_S \mathbf{q} \cdot \mathbf{n} \, dS > 0 \quad (\text{流出})$$

湧き出し点の周りに検査領域は任意に小さく取れる.

$$\Rightarrow \text{湧き出し点: } \operatorname{div} \mathbf{q} > 0$$

$$(V_2): \int_V \operatorname{div} \mathbf{q} \, dV = \int_S \mathbf{q} \cdot \mathbf{n} \, dS < 0 \quad (\text{流入})$$

$$\Rightarrow \text{吸い込み点: } \operatorname{div} \mathbf{q} < 0$$

$$(V_3): \int_V \operatorname{div} \mathbf{q} \, dV = \int_S \mathbf{q} \cdot \mathbf{n} \, dS = 0 \quad (\text{流出入なし})$$

検査領域への流入量と流出量が等しい.

$$\operatorname{div} \mathbf{q} = 0 \quad \text{in } V$$

