弾塑性・クリープ・損傷複合モデルによる 繊維強化プラスチックの分離型マルチスケール解析

De-coupled multi-scale analyses of fiber-reinforced composites by elastic-creep-damage combined model

松原 成志朗¹, 荒川 裕介¹, 加藤 準治², 寺田 賢二郎², 京谷 孝史¹,

上野雄太3, 宮永直弘3, 平山紀夫3, 山本晃司4

Seishiro MATSUBARA, Yusuke ARAKAWA, Junji KATO, Kenjiro TERADA, Takashi KYOYA,

Yuta UENO, Naohiro MIYANAGA, Norio HIRAYAMA and Kouji YAMAMOTO

¹ 東北大学大学院 工学研究科 土木工学専攻(〒980-8579 仙台市青葉区荒巻字青葉 6-6-11-1302)
 ² 東北大学 災害科学国際研究所(〒980-8579 仙台市青葉区荒巻字青葉 6-6-11-1302)
 ³ 日東紡績(株) 開発推進本部 福島研究所(〒960-8581 福島県福島市郷野目字東1番地)
 ⁴ サイバネットシステム(株)(〒112-0012 東京都千代田区神田練塀町3 富士ソフトビル)

The numerical study is made to illustrate the applicability of the *method of decoupled multi-scale analysis* to the micro-macro evaluation of the mechanical behavior of carbon-fiber-reinforced plastics (CFRP) that exhibit inelastic deformations and internal damage of the matrix material. During the course of this illustration, it is confirmed that the reliability of the decoupled method can be guaranteed if the macroscopic constitutive model is introduced so as to inherit the microscopic material behavior. To this end, with reference to the results of the numerical material testing on the periodic microstructures (unit cells) of CFRP, we propose an anisotropic elasto-plastic-creep-damage combined constitutive model to represent the macroscopic material behavior and demonstrate the characteristics of the inelastic deformations that resemble the material behavior assumed for plastics at micro-scale. With the identified macroscopic material parameters, the macroscopic structural analysis, which is followed by the localization analysis consistently, can be an actual proof of the utility value of the decoupled method in practice.

Key Words : Decoupled Multi-scale Analysis, Numerical Material Testing, Homogenization, Elastoplasticity, Creep, Damage

1. 緒言

繊維強化プラスチック(以下, FRP)は、高比弾性率・高 比強度という優れた物性を有しており、現在は電子機器をは じめとする工業製品や航空機、自動車、船舶などの主要構造 部材に使用されている。近年では FRP のさらなる高強度化 を低コストで実現するという高度な要求が高まっており、そ れを実現するために有限要素法(以下, FEM)などの数値シ ミュレーション技術を導入した研究が盛んに行われるように なっている。しかし、FRP は材料の微視的な幾何性状に強く 依存する複雑な材料挙動を呈し、その非線形および非弾性材 料挙動に対しては、実験による構成方程式のパラメータ同定、 およびそれに基づく数値シミュレーションの表現性能には限 界がある。そこで、FRP の構造解析において、ミクロレベル の材料幾何性状(構成材料の配置や形状)を FRP そのもの が示すマクロレベルの材料特性に反映させるだけでなく,そ の逆の過程として実際のマクロ構造の挙動を反映したミクロ 挙動をも評価できる手法として,均質化法に基づくマルチス ケール解析手法^(1,2)が注目されている.しかしながら,非線 形/非弾性問題に対しては,未だ実用面での適用性は十分と は言えないのが現状である.

非線形問題に対する均質化法に基づくマルチスケール解析 手法には、ミクロ-マクロ一体型マルチスケール解析法^(3,4) と分離型マルチスケール解析法^(5,6)がある.前者は、ミクロ スケールおよびマクロスケールそれぞれに対する境界値問題 を解く過程を交互に行き来し、同時並行で数値計算を行うも ので、理論的にも首尾一貫した信頼性の高い解析手法である. しかし、マクロモデルの各応力評価点においてミクロ問題を 解く必要があるため、計算負荷が非常に大きく、実用面で用 いられることはほとんどない.これに対し、後者の分離型解 析手法では、マクロ材料構成則の関数形を仮定し、そのパラ メータをミクロ境界値問題を解くことで予め定めてしまうた め、マクロ境界値問題を個別に分離して解くことが可能とな る.この特徴は、計算コストの面で非常に有利であり、実用

^{*} 原稿受付 2013 年 12 月 19 日, 改訂年月日 2014 年 03 月 17 日, 発 行年月日 2014 年 04 月 15 日, ©2014 年 日本計算工学会.

Manuscript received, December 19, 2013; final revision, March 17, 2014; published, April 15, 2014. Copyright ©2014 by the Japan Society for Computational Engineering and Science.

上は唯一の選択肢といっても過言ではない.

分離型マルチスケール解析手法では、周期的に配置され たミクロ構造(ユニットセル)内部の幾何学的情報と構成材 料の情報がすべて整っていることを前提に、そのミクロ構造 に対する数値解析を通してマクロ的な応力--ひずみ応答デー タを取得することを出発点とする.これはちょうど、線形均 質化法⁽⁷⁾における均質化プロセスに対応し、"数値材料試験 ^(8,9,10,11)"と呼ばれている.これによれば、必要な数だけの マクロ変形パターンを用意してユニットセルに対する非線形 構造解析を行うことで、非線形で異方的なマクロ応力を数値 的に取得できるため、適切なマクロ構成則さえ用意できれば そのパラメータを適切に同定することにより、実質的に任意 のFRPに対してマルチスケール解析が実行できることになる.

もちろん、分離型マルチスケール解析法ではマクロ材料構 成則が定められることを前提としているため、ミクロ解析か ら直接的にマクロ材料挙動を特徴づける一体型解析手法に比 べて表現性能に限界があることは認めざるを得ない、しかし、 特に微小変形領域であれば、比較的簡単なマクロ構成則の関 数形で表現しうるはずである。実際, FRP のような構成材料 の組み合わせが比較的単純な複合材料の場合、そのマクロな 材料挙動はミクロな材料挙動を引き継ぎ、構成則は同属の関 数形で表現されるのが自然である. したがって, 分離型マル チスケール解析手法におけるマクロ構成則は、ミクロ構造を 構成する材料構成則に対して異方的な特性の付与など、直接 的な拡張を行うことで得られるものと期待される、本研究の 第1の目的は、このことを例証することにある、そして、そ の中で樹脂材に弾塑性・クリープ・損傷モデルの複合構成則 を用いて数値材料試験を行い、その結果を踏まえて異方性モ デルを提案し、その性能検証を行うことを第2の目的とする. ここで提案する FRP のマクロ異方性構成則は、ミクロ構成則 を反映して弾塑性、クリープ、連続体損傷モデルを組み合わ せたものである. 個々のミクロ構成則は古典的なもので、そ れらを組み合わせることで材料挙動の表現性能を高める工夫 をしたものであるが、実験やパラメータ同定の困難さもあっ て、これまでその性能について検討された例は少ない.

以下,本論文では,分離型マルチスケール解析手法を概説 し,FRP 母材の構成則とそのパラメータ同定,マクロ構成則 の提案と数値材料試験結果に基づくパラメータ同定の順に行 い,分離型マルチスケール解析におけるマクロ解析と局所化 解析の具体例を示すことで上記二つの目的を達成する.

2. 分離型マルチスケール解析

本節では、均質化法に基づく分離型マルチスケール解析について概説する.詳細については、文献^(8,10,11)等を参照されたい.

均質化法⁽²⁾では,非均質材料のミクロ構造とマクロ構造に ついてそれぞれ個別の境界値問題が設定され,それらを合わ せて2変数境界値問題と呼ぶ.均質化法では一般にマクロ応 力はミクロ応力を通して陰的にしか与えられないため,有限 要素法で解析する際には,マクロ構造の数値解析モデルのす べての応力評価点において対応するマクロ変形をデータとし てミクロ問題を解き,得られるミクロ応力のユニットセル体 積平均値としてマクロ応力を算出する必要がある.特に,増 分解法と陰解法の適用を前提とすれば,各荷重増分ステップ におけるマクロ構造の平衡状態を得るために Newton-Raphson 法の各反復ステップにおいて,すべての積分点でのマクロ応 力とマクロ接線係数をミクロ問題を解くことで算定したう上 で非線形解析を行うことになる^(4,12,13).このとき,マクロ 応力の算出に際しても、ミクロ問題に対して非線形有限要素 解析を逐一行うことになる.

このように両スケールの境界値問題を解きながら進めるマ ルチスケール解析をミクロ・マクロ一体型(連成)解析と呼 んでいるが、マクロ構造の数値解析モデルが大規模になれば、 すなわちマクロメッシュの要素数が増えれば、計算負荷が増 大する.勿論、クラスター型並列計算機などを利用してミク ロ解析を複数 CPU に割り当てる手法⁽¹⁴⁾などによりある程 度計算負荷を軽減できるが、それでも相当の計算コストがか かり、緒言でも述べたように、マクロスケールでの実際的な 解析を想定すると現実的な解析手法とはいえない.

そこで考案された手法が、ミクロ・マクロ分離型(非連成) 近似解法^(5,6)である.この手法は、まず、与えられたミクロ 構造に対してあらかじめマクロスケールに発現するであろう 非線形材料挙動を想定して、利用可能なマクロ構成則を導入 する.そして、ミクロ解析を行うことでその材料パラメータ を同定し、これを用いてマクロ解析を行い、必要に応じてマ クロ変形履歴をデータとしてミクロ解析を行うというもので ある.この手法によるマルチスケール材料解析は以下の手順 で行うことになる.

- (i) 与えられたミクロ構造から得られるであろうマクロ構成 則を仮定する.
- (ii) ミクロ構造に対して代表的なマクロ変形あるいは応力パ ターンを設定して、これをデータとするミクロ解析を実施し、対応するマクロ応力-ひずみ関係を得る(均質化 プロセス).このマクロ材料応答を得るための一連のミ クロ解析は均質化解析であり、本研究では「数値材料試験」と呼ぶことにする.
- (iii) 数値材料試験で得られた数値的なマクロ応力-ひずみ関係を用いて、仮定したマクロ構成則に含まれる材料パラメータを同定する.したがって、上述の数値材料試験はこのパラメータ同定を想定して適切な実験ケースを選ぶ必要がある.
- (iv) 同定した材料パラメータを用いてマクロ解析を行う.
- (v) (必要に応じて)マクロ構造内の任意の点で得られる マクロ変形履歴を入力データとしてミクロ解析を行い, ミクロ構造の変形・応力状態を再現する(局所化プロ セス).

ここで, ミクロ構造の構成材料の材料挙動は既知であるこ とが前提である.そして, ステップ(i)で仮定するマクロ材料 の構成則には, ミクロ構造に導入した構成則の特性を反映し



Fig.1 負荷-除荷試験から取得した応力-ひずみデータ

得るものを考える.例えば、ミクロ構造が超弾性体で構成さ れていれば、マクロ的にも超弾性構成モデルを用いれては十 分であろうし、弾塑性変形を示す構成材料であれば、マクロ 挙動も弾塑性モデルの範囲外に出ることはないであろう.ま た、ミクロ構造の構成材料のひび割れや材料界面での剥離な どの構造形態の変化があったとしても、マクロ的には損傷モ デルで近似しうると期待されるし、ミクロ構造に固体と液体 が混在するような材料でも対応する構成則があれば、あるい は新たに構築すれば適用可能であろう.

ただし, 仮定したマクロ構成則は, 必ずしも2変数境界値 問題の枠組みにおいてミクロ構造の直接的な応答としてのマ クロ材料挙動と一致するとは限らないので, この手法はあく までも近似的な解法である. どのようなマクロ材料挙動の特 徴の近似度を上げるかは解析者の要求次第であるといえ, 仮 にこの種の近似が好ましくないのであれば先に述べたミクロ・ マクロ連成解析しか選択肢はない.

3. 樹脂の材料モデル

本研究は、CFRP の非弾性挙動とその異方性を考慮した分 離型マルチスケール解析の適用性を検証することを目的とし ている.カーボン繊維の材料モデルとしては、簡単のため等 方弾性体を仮定するが、母材にはポリカーボネート樹脂を想 定して、実際の非弾性挙動も考慮した数値材料試験を実施す る.そのため本節では、この樹脂材料に対する単軸負荷-除 荷実験の結果を元にその材料挙動の特徴づけを行い、数値材 料試験における母材の材料モデルを設定する。

3.1 樹脂の単軸負荷-除荷実験 ポリカーボネート樹脂 に対して行われた実験は、室温(20°C)で異なる2つのひず み速度(0.001/sおよび0.0001/s)により制御しながら、引張 ひずみが約4.9%になるまで負荷した後、荷重がゼロになる まで除荷するものである.Fig.1は、得られた荷重-変位デー タを初期面積で除した公称応力-ひずみ関係である.この図 から、この樹脂材料の応答には以下の特徴を挙げることがで きる.

(a) 残留(永久) 変形の発生

- (b) ひずみ速度に依存した応力の低減(ひずみ速度が大きい ほどみかけの剛性が大きい)
- (c) ひずみ速度に依存した残留変形の差異(ひずみ速度が大きいほど残留変形が小さい)
- (d) 変形の進行に伴う弾性率の低減(除荷曲線の弾性率は初 期弾性率より小さい)
- (e) 除荷曲線の非線形性

ここで,(a)の残留ひずみは,塑性ひずみあるいはクリープひ ずみと考えるのが妥当であるが,(b)と(c)の特徴のみから, 変形速度非依存の前者と変形速度依存の後者のどちらかに限 定することは難しい.また,(b)では,応力–ひずみ曲線の負 荷時の勾配が徐々に小さくなっていることを指摘しているが, これは非弾性変形(塑性あるいはクリープひずみ)あるいは 内部損傷の発現によるものである.実際,除荷時の特徴であ る(d)から,非弾性変形だけでなく内部損傷挙動が発現して いることが分かる.以上をまとめると,対象としている樹脂 は,変形速度に依存した材料応答である粘塑性的性質と合わ せて,速度に依存しない塑性変形も発現する可能性があり, かつ微細な材料損傷に起因する弾性率の低下も伴った材料挙 動を示すことが指摘される.なお,同様の傾向は,既往の研 究⁽¹⁵⁾でも報告されている.

以上を踏まえて、本研究では、CFRPの母材であるポリカー ボネート樹脂の材料挙動について、弾塑性・クリープ・損傷 の複合構成則を採用することで、弾塑性モデルにより速度非 依存の永久ひずみを、クリープモデルにより速度依存の永久 ひずみを、連続体損傷モデルにより弾性率の低下を同時に表 現することにする.このモデルの独自性を主張することは難 しいが、著者らの知る限りでは、樹脂材料にこのモデルを適 用した例は見当たらない。また、上記の特徴のうち(e)は、こ の材料の本質的な挙動の一つである可能性は否定できないが、 本論文の目的に照らすと、(a)~(d) までの特徴を再現できれ ば十分である.

3.2 等方性弾塑性・クリープ・損傷複合モデル 樹脂 の材料挙動を表すために、本研究で導入する等方性弾塑性・ クリープ・損傷複合モデルの定式化を示す.なお、現在は超 弾性を基調とした粘弾性あるいは粘塑性体としてのモデル化 が主流⁽¹⁶⁾であるが、本研究では、簡単のため今回の実験で の変形レベルは小さいものと仮定し、"微小"ひずみ理論を採 用する.

(1) 非弾性ひずみの加算分解 全ひずみは、次式のように弾性ひずみと塑性ひずみおよびクリープひずみに加算分解されるものとする.

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{\varepsilon}^{e} + \boldsymbol{\varepsilon}^{p} + \boldsymbol{\varepsilon}^{c} = \boldsymbol{\varepsilon}^{e} + (\boldsymbol{\varepsilon}^{p}_{vol} + \boldsymbol{e}^{p}) + (\boldsymbol{\varepsilon}^{c}_{vol} + \boldsymbol{e}^{c})$$
(1)

ここで、 ε^{c} 、 ε^{p} 、 ε^{c} は、それぞれ弾性ひずみ、塑性ひずみお よびクリープひずみである.また、 ε^{p}_{vol} 、 e^{p} はそれぞれ塑性 ひずみの体積成分、偏差成分、 ε^{c}_{vol} 、 e^{c} はそれぞれクリープ ひずみの体積成分と偏差成分である.なお、一般的な樹脂材 料の非弾性ひずみは非圧縮性が仮定できるため、本研究でも $\varepsilon^{p}_{vol} \approx 0$ 、 $\varepsilon^{c}_{vol} \approx 0$ と仮定する. (2) **弾性構成則** 弾性挙動には次の一般化 Hooke 則に 従う等方性を仮定する.

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbb{C}^{\mathrm{e}} : \boldsymbol{\varepsilon}^{\mathrm{e}} = \left(\kappa \mathbf{1} \otimes \mathbf{1} + 2\mu \boldsymbol{I}^{\mathrm{dev}} \right) : \boldsymbol{\varepsilon}^{\mathrm{e}} = \kappa \epsilon_{\mathrm{v}} \mathbf{1} + 2\mu \boldsymbol{e}^{\mathrm{e}} \qquad (2)$$

ここで、 σ は Cauchy 応力、 \mathbb{C}^{e} は等方弾性テンソル、 κ は体 積弾性係数、 μ はせん断弾性係数、1は2階の恒等テンソル、 I^{dev} は2階のテンソルをその偏差成分へ変換する4階のテン ソルである。また、 $\epsilon_{v} = tr \varepsilon^{e}$ は弾性体積ひずみ、 e^{e} は弾性ひ ずみの偏差ひずみであり、対応して応力も静水圧応力(ある いは平均直応力) $\sigma^{m} = \frac{1}{3}(tr\sigma)$ 1と偏差応力 $s = \sigma - \sigma^{m}$ に分 解しておく。

(3) 等方性弾塑性構成則 樹脂の速度非依存の塑性変 形挙動については, von-Mises の降伏関数を用いた関連流れ 則と等方硬化則を採用する.すなわち,降伏条件と硬化関数 として,

$$f\left(\boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\alpha}_{\mathrm{p}}\right) = \|\boldsymbol{s}\| - \sqrt{\frac{2}{3}} \boldsymbol{\sigma}_{\mathrm{y}}\left(\boldsymbol{\alpha}_{\mathrm{p}}\right) = 0 \tag{3}$$

$$\sigma_{y}(\alpha_{p}) = \sigma_{y0} + H\alpha_{p} + R_{0}(1 - \exp(-\beta\alpha_{p}))$$
(4)

を採用する.ここで、 σ_{y0} は初期降伏応力、H, R_0 , β は硬 化パラメータである.また、内部変数 α_p は、相当塑性ひず み速度

$$\dot{\alpha}_{\rm p} \equiv \dot{\bar{e}}^{\rm p} = \sqrt{\frac{2}{3}} \, ||\dot{e}^{\rm p}|| \tag{5}$$

の時間積分として定義される累積塑性ひずみである.

このとき,流れ則,硬化則,負荷・除荷条件,整合条件は, それぞれ次式で与えられる。

$$\dot{\boldsymbol{e}}^{\mathrm{p}} = \dot{\boldsymbol{\gamma}}_{\mathrm{p}} \boldsymbol{N} \tag{6}$$

$$\dot{\alpha}_{\rm p} = \sqrt{\frac{2}{3}}\dot{\gamma}_{\rm p} \tag{7}$$

 $f(\boldsymbol{\sigma}, \alpha_{\rm p}) \le 0 \qquad \dot{\gamma}_{\rm p} \ge 0 \qquad \dot{\gamma}_{\rm p} f(\boldsymbol{\sigma}, \alpha_{\rm p}) = 0 \qquad (8)$

$$\dot{\gamma}_{\rm p} f\left(\boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\alpha}_{\rm p}\right) = 0 \tag{9}$$

ここで, $N = \partial f / \partial \sigma = s / ||s||$ は流れベクトル (テンソル), $\dot{\gamma}_p$ は塑性乗数である.

(4) 等方性クリープ構成則 クリープひずみ速度 é に ついても,同一の流れベクトル N を用いて,次式のようなク リープ流れ則に従うものとする.

$$\dot{e}^{\rm c} = \dot{\gamma}_{\rm c} N \tag{10}$$

相当クリープひずみ速度 $\dot{\alpha}_c \equiv \ddot{c}$ を相当塑性ひずみ速度(5)と 同様に定義し、その発展則には C_1 , C_2 , C_3 , C_4 を材料パラ メータとする次の関数形を仮定する⁽²⁰⁾.

$$\dot{\bar{e}}^{c} = C_{1} \left(\bar{\sigma}\right)^{C_{2}} \exp\left(-\frac{C_{3}}{T}\right) t^{C_{4}}$$
(11)

$$\dot{\alpha}_{\rm c} = \sqrt{\frac{2}{3}}\dot{\gamma}_{\rm c} \tag{12}$$

ここで, $\bar{\sigma} = \sqrt{\frac{3}{2}s:s} = \sqrt{\frac{3}{2}} \|s\|$ は von-Mises 相当応力, *T* は 絶対温度, *t* は時間である.なお,本研究では室温のみを想 定し,温度依存性に関するパラメータ $C_3 \ge C_1$ は従属関係になるため,本論文では以降 $C_1 = 1.0$ に固定する.また,簡単のために時間のべき乗項も無視することとし $C_4 = 0$ とおく.

(5) 等方性損傷力学モデル 本研究では,内部損傷に より弾性係数のみがある関数形に従って低減される弾性損傷 モデルを採用して,前述の特徴(d)を表現することにする.具 体的には,式(2)の弾性係数を損傷の程度を表す損傷変数*D* を用いて次式で表す.

$$E = (1 - D) E_0 \tag{13}$$

ここで、 E_0 は材料が全く損傷していない状態の弾性係数、Eは損傷変数 0 < D < 1により低減された弾性係数である.

本研究では,損傷変数は次式の単純な関数形で発展するも のと仮定する.

$$D(\bar{\varepsilon}) = d_1 \left(\bar{\varepsilon}_{\max}\right)^{d_2} \qquad 0 \le D < 1 \tag{14}$$

ここで、 d_1 、 d_2 は材料パラメータであり、 $\bar{\epsilon}_{max}$ は材料が過去 に経験した最大の等価ひずみである.本研究では、この等価 ひずみにも $\bar{\epsilon} = \sqrt{\frac{2}{3}e:e}$ のような単純な測度を採用し、これ が $\bar{\epsilon} > \bar{\epsilon}_{max}$ を満たすときに限り最大等価ひずみを $\bar{\epsilon}_{max} = \bar{\epsilon}$ と 更新する.

(6) 複合モデル 対象としている CFRP の母材の構成 則には、上記の弾塑性、クリープ、損傷構成則の複合モデル を用いる.応力算出のために必要な弾性ひずみは、式(1)よ り、 $\varepsilon^{e} = \varepsilon - e^{p} - e^{c}$ であるが、ここでの塑性ひずみとクリー プひずみはそれぞれの流れ則(6)、(10)により規定されるひ ずみ速度の時間積分により算出される.本研究では、陰的積 分アルゴリズムを採用するので、これらの非弾性ひずみ速度 (増分)は各乗数 $\dot{\gamma}_{p}$ 、 $\dot{\gamma}_{c}$ に関する連立代数方程式を解くこと で定められる.したがって、非弾性ひずみにおける速度依存、 非依存成分の分担率もそれらの相互作用の結果として算出さ れることになる.

一方,過去に経験した全ひずみに応じて弾性率が低減され るような材料の内部損傷を想定しているため,非弾性ひずみ との直接的な相互作用は考慮されない.この点は、内部損傷 のメカニズムとともに議論の余地があるが、本研究では、新 規の構成モデルを提案したり、既往のより精緻なモデルを採 用したりすることによって材料挙動の再現性能を上げること を主眼とはしないため、多少粗雑ではあるが特徴(d)を簡易 的に表現しうるモデルを採用した.

3.3 材料パラメータ同定 本節では、実験で得られた 応力–ひずみ曲線を用いて、前節で示した弾塑性・クリープ・ 損傷複合モデルの材料パラメータを同定する。同定手法には、 集団的降下法の一つである粒子群最適化(以下、PSO)のア ルゴリズムを採用する。PSO アルゴリズムの詳細については 文献^(17,18)等を参照されたい。

PSO による同定に際しては, Fig. 1 の応力–ひずみ曲線の 初期勾配から弾性率を 2.5 (GPa) と設定し, PSO による同定 対象から除外した.また,実験では横方向の変形 (Poisson 効



Fig.2 PSO によって定められた同定曲線の比較

材料パラメータ	記号	同定值	
初期弾性率 (MPa)	Е	2500	
初期降伏応力 (MPa)	$\sigma_{ m y0}$	39.40	
硬化パラメータ (MPa)	H	579.4	
	R_0	26.57	
	eta	391.4	
クリープパラメータ	C_2	3.223	
	C_3	7249	
損傷パラメータ	d_1	7.272	
	d.	0.0206	



Fig.3 全ひずみと損傷変数の履歴

果)は計測されていないため、軸方向ひずみ(および応力) のみを入力値とする1次元モデルに変換したうえで同定した.

Table.1は PSO による同定で得られた各材料パラメータで ある.また,Fig.2は対応する応力–ひずみ曲線(同定曲線) と前述の実験結果を併記したものである.この図より,いず れのひずみ速度に対しても,同定曲線は実験で得られた応力– ひずみ曲線をある程度の精度で再現していることがわかる. 特に,ひずみ速度が大きいほど,応力レベルが高いことに加 えて,残留ひずみ量が小さく算出されており,非弾性ひずみ の速度依存・非依存成分が適切に評価されていることが確認



Fig.4 全ひずみと非弾性ひずみの履歴

できる.

3.4 内部変数の履歴 前項で同定したパラメータに加 えて、ポアソン比を仮定すると3次元問題にも対応可能であ る.本節では、ポアソン比 0.34 を与えた上で一軸応力場とな るように5%引張後に除荷する3次元有限要素解析を行い、 その変形過程における全ひずみと非弾性ひずみにおける内部 変数(ここでは損傷変数および塑性ひずみ、クリープひずみ) の履歴を調べることで、採用した複合モデルの特徴を例示し ておく.

Fig. 3 は、全ひずみに対する損傷変数 *D* の推移を示している.本研究で採用した損傷モデルは、全ひずみ量にのみ依存すると仮定したため、ひずみ速度の違い、すなわち 0.0001/sと 0.001/sのどちらの場合でも損傷変数 *D* は同値となっている.

一方, Fig.4は、弾塑性およびクリープひずみの時間発展 の様子を示している.ひずみ速度が小さい 0.0001/s の場合 は、クリープひずみと塑性ひずみは同程度のオーダーで推移 するが、ひずみ速度が大きい 0.001/s の場合は、クリープひ ずみが小さくなり、その影響を受けるように塑性ひずみが相 対的に大きくなっている.すなわち、採用した弾塑性・クリー プ複合モデルは、ひずみ速度が大きいときにクリープ変形が 小さくなり、速度非依存である塑性変形のみが卓越するよう な材料モデルである.この特徴は、3.2 (6)節の最後で述べた、 流れ則を通して塑性とクリープひずみが連成していることの 現れである.

このように、採用した構成モデルは、変形速度が大きくな るほど速度依存性の程度も相対的に小さくでき、極端な場合 にはほぼ弾塑性変形のみの材料挙動も表しうる.しかし、実 用に供するには幾つかの不備も指摘される.まず第1に、対象 とした樹脂がそのような速度依存性を示すことは、経験的に は知られているものの,本研究で参照した実験データだけか らは確認しがたい。この点に関する適用性に関するさらなる 検証には、より精度の高い実験を実施して信頼性の高いデー タを用いる必要がある。第2に、除荷完了時点における無応 力条件下で回復する変形成分の存在もあり得るが、本モデル では表現できない. これらについてはすべて今後の検討課題 としたい、さらに第3に、ここで採用した損傷モデルでは除 荷時に弾性率が変化しないため、実験で得られた非線形の除 荷経路は追従できない。この挙動は、第3.1節の最後に述べ たように、本研究では重要視はしないが、再現するにはより 精緻な損傷モデルの導入が必要である.

4. 数值材料試験

本節では,前節で導入した弾塑性・クリープ・損傷複合モ デルを母材であるポリカーボネート樹脂の構成則として用い, Fig. 5 に示すような 1 方向強化複合材の周期ミクロ構造(ユ ニットセル)モデルに対して数値材料試験を実施し,得られ る異方的なマクロ材料挙動を特徴づけるとともに,対応する ミクロ応答について考察する.なお,ここでの数値材料試験 は文献^(8,11)で提示されている手法で行う.また,対応する ミクロ解析には,汎用有限要素法ソフトウェア ANSYS⁽¹⁹⁾を 用いる.

4.1 数値材料試験のためのモデルと解析条件 Fig.5 に 示す数値材料試験の対象とする1方向強化複合材料(CFRP) のユニットセルモデル(形状モデルとメッシュ)に対する試 験条件は,3.1節のポリカーボネートに対するものと同様で あるが,相違点も含めて以下まとめておく.

有限要素メッシュには、10節点四面体構造ソリッド要素を 用い、繊維補強材(ファイバー)に対しては等方弾性を仮定 して、その材料パラメータを弾性率 230 GPa, ポアソン比 0.2 とした。数値材料試験における荷重および拘束条件としては, 均質化理論と整合するように、擾乱変位に対する周期拘束条 件の下でマクロ的な一様変形を「負荷 → 除荷」の順に与え た. 負荷させるマクロ変形パターンは Fig. 6 に示す 6 パター ンである。すなわち、ユニットセルモデルには垂直3方向に対 する単軸引張と、せん断3方向に対する純せん断の合計6パ ターンのマクロー様変形を与えてミクロ解析を行い、各時刻 (荷重ステップ)ごとのマクロ応力を算出した。変位制御で負 荷を与える際のひずみ速度は3.3節と同様に2ケースを考え、 $\dot{\varepsilon} = 0.0001/s, 0.001/s$ (垂直方向), $\dot{\gamma} = 0.0001/s, 0.001/s$ (せん断方向)とした.また、ユニットセルに与える最大マ クロひずみは 2.5%とし、この値に達した時点で負荷過程で 生じた変形を戻す方向に同じひずみ速度を与えることで除荷 し、マクロ応力がゼロになるようにマクロ変形を制御した.

4.2 数値材料試験結果 以上の条件の下で行なった数



Fig.51方向強化複合材料のユニットセルモデル



Fig.6 ユニットセルに与える変形パターン

値材料試験結果として,得られた各方向のマクロひずみ-マ クロ応力関係を **Fig.7**に示す. ²軸(繊維補強材軸)方向に 関する **Fig.7**(b)のマクロ応答をみると,線形弾性体としてモ デル化されている繊維に比べて樹脂の応力分担が非常に小さ いため,設定した弾塑性・クリープ・損傷挙動などの非線形 性が顕在化しないことがわかる.一方, *x*, *y*軸方向垂直ひず み,およびせん断ひずみに対するマクロ応答については,樹 脂が非線形域に達しているため,複合材としても非線形な材 料挙動を示していることがわかる.また,僅かではあるがひ ずみ速度の違いによる応力--ひずみの関係の差も確認するこ とができるが,**Fig.2**のような樹脂単独のものと比較すると, 繊維の影響によりひずみ速度依存性は緩和されていることが 分かる.

以上の結果から,前節で提示した構成則をポリカーボネートの材料モデルに採用して数値材料試験を行うことで,CFRP



Fig.7 1 方向強化複合材モデルに対する数値材料試験結果

のマクロ非線形材料挙動をある程度適切に再現しうるものと 期待される.ただし,ひずみ速度依存性に関する検証不足も あり,樹脂の構成モデルについてはさらなる改良の必要性も 指摘される.すなわち,今回検討したひずみ速度水準では, 数値材料試験の結果にひずみ速度の違いによる応力–ひずみ関 係に大差は見られなかった.これは,線形弾性挙動を仮定し た剛性の高い繊維材を組み合わせたことにより,樹脂のひず み速度依存性の影響が低減したためであり,ひずみ速度に依 存するクリープ変形の影響は軽微といえる.単純な片振り1 サイクル荷重を想定して場合,この結果は妥当であるが,よ り現実に近い両振りの繰り返し荷重条件下においては,変形 速度依存性は無視し得ない重要な因子となり得る.この点に ついては,大ひずみの考慮も含め,今後の課題としたい.

5. マクロ材料構成則

本節では、まず対象としている1方向炭素繊維を用いた樹 脂系複合材料(CFRP)のマクロ材料挙動を表すために、3.2 節で導入した等方性弾塑性・クリープ・損傷複合構成則を異 方性に対応できるように拡張する。そして、前節の数値材料 試験により得られた異方的なマクロ応力–ひずみ関係をデー タとして、このマクロ構成則の材料パラメータを同定し、そ の材料挙動の再現性能を検証する。

5.1 異方性弾塑性・クリープ・損傷複合構成則 ここでは、マクロ構成則として、母材の材料モデルとして 3.2 節

で導入した等方性弾塑性・クリープ・損傷複合構成則を異方 性に拡張したモデルを提示する. 3.2 節の変数は, すべてミ クロ変数であり, ここでの定式化に現れる変数はすべてマク ロ変数であることに注意する. ただし, 均質化法に基づくマ ルチスケール解析では, ミクロ変数とマクロ変数は明確に区 別されるべきものであるが,本論文では,文脈からマクロ変 数とミクロ変数の識別が可能であるので,以下では煩雑さを 避けるためにと両者に同じ表記を用いて定式化を行うことに する.

(1) **直交異方性弾性構成則** 本研究では,弾性挙動に は直交異方性を仮定し,応力テンソル *σ* と弾性ひずみ *ε*^e を 次式により関係づける.

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbb{C}_0^{\mathrm{e}} : \boldsymbol{\varepsilon}^{\mathrm{e}} \tag{15}$$

ここで、弾性ひずみは、第3節と同様、 $\varepsilon^{e} = \varepsilon - \varepsilon^{e} - \varepsilon^{e} < \varepsilon^{e}$ 義している。また、 \mathbb{C}_{0}^{e} は、後述する内部損傷がないときの4 階の弾性テンソルであり、成分が次式の行列表記で表される 弾性コンプライアンステンソルの逆である。

$$[\mathbb{S}_{0}^{e}] = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_{xx}} & -\frac{v_{xy}}{E_{xx}} & -\frac{v_{xz}}{E_{xx}} & 0 & 0 & 0\\ -\frac{v_{yx}}{E_{yy}} & \frac{1}{E_{yy}} & -\frac{v_{yz}}{E_{yy}} & 0 & 0 & 0\\ -\frac{v_{zx}}{E_{zz}} & -\frac{v_{zy}}{E_{zz}} & \frac{1}{E_{zz}} & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{xy}} & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{yz}} & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{yx}} \end{bmatrix}$$
(16)

ここで、 E_{xx} , E_{yy} , E_{zz} は、下付添字の表す軸方向の弾性係数, G_{xy} , G_{yz} , G_{zx} は下付添字の表す面に関するせん断弾性係数である。また、 v_{xy} , v_{yz} , v_{zx} は、直交異方性ポアソン比で、例えば v_{xy} は x 軸方向の垂直ひずみに対する y 軸方向の垂直ひずみの比の絶対値である。

(2) Hill の直交異方性弾塑性構成則 本研究における マクロ弾塑性モデルには Hill の直交異方性弾塑性構成則⁽²⁰⁾ を採用する.ここでは、3.2 (3) 節で CFRP の母材であるポリ カーボネートの塑性モデルとして採用した von-Mises 降伏関 数を塑性ポテンシャルに用いた関連流れ則に従う.このモデ ルでは、降伏関数を φ_p を次のように定義する.

$$\phi_{\rm p}\left(\boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\alpha}_{\rm p}\right) = \frac{1}{2} \left(\boldsymbol{\sigma}_{\rm pHill}\right)^2 - \frac{1}{2} \left(\boldsymbol{\sigma}_{\rm y}\left(\boldsymbol{\alpha}_{\rm p}\right)\right)^2 \le 0 \tag{17}$$

ここで、 σ_{pHill} は、次式で定義される塑性 Hill 応力である.

$$\sigma_{\rm pHill} = \sqrt{\sigma} : M_{\rm p} : \sigma \tag{18}$$

この定義式中に現れる M_p は塑性 Hill テンソルと呼ばれる 4 階のテンソルであり、その行列表記は

$$[\boldsymbol{M}_{\mathrm{p}}] = \begin{bmatrix} Q_{\mathrm{p}} + R_{\mathrm{p}} & -R_{\mathrm{p}} & -Q_{\mathrm{p}} & 0 & 0 & 0 \\ -R_{\mathrm{p}} & R_{\mathrm{p}} + P_{\mathrm{p}} & -P_{\mathrm{p}} & 0 & 0 & 0 \\ -Q_{\mathrm{p}} & -P_{\mathrm{p}} & P_{\mathrm{p}} + Q_{\mathrm{p}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2N_{\mathrm{p}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2L_{\mathrm{p}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2M_{\mathrm{p}} \end{bmatrix}$$
(19)

のように与えられ、各成分は次式で定義されている.

$$P_{p} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{R_{yy}^{2}} + \frac{1}{R_{zz}^{2}} - \frac{1}{R_{xx}^{2}} \right), \quad L_{p} = \frac{3}{2} \frac{1}{R_{yz}^{2}}$$

$$Q_{p} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{R_{zz}^{2}} + \frac{1}{R_{xx}^{2}} - \frac{1}{R_{yy}^{2}} \right), \quad M_{p} = \frac{3}{2} \frac{1}{R_{zx}^{2}}$$

$$R_{p} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{R_{xx}^{2}} + \frac{1}{R_{yy}^{2}} - \frac{1}{R_{zz}^{2}} \right), \quad N_{p} = \frac{3}{2} \frac{1}{R_{xy}^{2}}$$
(20)

ここで, R_{xx} , R_{yy} , R_{zz} , R_{xy} , R_{yz} , R_{zx} は, 直交異方性弾 塑性に関する Hill 定数と呼ばれ, 各方向の初期降伏応力 σ_{xx}^{Y} , σ_{yy}^{Y} , …, τ_{zx}^{Y} を用いて以下のように定義される.

$$R_{xx} = \frac{\sigma_{xx}^{\rm Y}}{\sigma_0^{\rm Y}} , \quad R_{yy} = \frac{\sigma_{yy}^{\rm Y}}{\sigma_0^{\rm Y}} , \quad R_{zz} = \frac{\sigma_{zz}^{\rm Y}}{\sigma_0^{\rm Y}}$$
(21)

$$R_{xy} = \sqrt{3} \frac{\tau_{xy}^{Y}}{\sigma_{0}^{Y}} , R_{yz} = \sqrt{3} \frac{\tau_{yz}^{Y}}{\sigma_{0}^{Y}} , R_{zx} = \sqrt{3} \frac{\tau_{zx}^{Y}}{\sigma_{0}^{Y}}$$
(22)

ここで、 $\sigma_0^{\rm Y}$ は参照降伏応力であり、本研究では各方向の初期降伏応力の最小値を採用する.

本研究では, 塑性ポテンシャルに降伏関数を用いる関連流 れ則を採用するので, 塑性流れ則は

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{\mathrm{p}} = \dot{\boldsymbol{\gamma}}_{\mathrm{p}} \boldsymbol{M}_{\mathrm{p}} : \boldsymbol{\sigma} \tag{23}$$

で与えられる.ここで, ý_p は塑性乗数である.また,相当塑 性ひずみ速度を

$$\sigma_{\rm pHill}\,\dot{\bar{\varepsilon}}^{\rm p} = \boldsymbol{\sigma}: \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{\rm p} \tag{24}$$

満たすようなひずみ速度 & とし、蓄積塑性ひずみはその時 間積分量と定義すると、硬化則は、

$$\dot{\alpha}_{\rm p} \equiv \dot{\bar{\varepsilon}}^{\rm p} = \dot{\gamma}_{\rm p} \sigma_{\rm pHill} \tag{25}$$

となる.これに次式の負荷・除荷条件が加わり,Hillの弾塑 性モデルが完備される.

$$\dot{\gamma}_{\rm p} \ge 0, \ \phi_{\rm p} \le 0, \ \dot{\gamma}_{\rm p} \phi_{\rm p} = 0$$
 (26)

なお,式(17)中の $\sigma_y(\alpha_p)$ は,蓄積塑性ひずみ α_p を独立変数 とする硬化関数であり,式(4)と同じ関数形を仮定する.

(3) Hill の直交異方性クリープ構成則 クリープ変形 挙動の異方性についても, Hill の直交異方性モデルを採用す る. すなわち, クリープ Hill 応力, クリープ流れ則, 硬化則 を, それぞれ

$$\sigma_{\rm cHill} = \sqrt{\sigma} : M_{\rm c} : \sigma \tag{27}$$

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{c} = \dot{\gamma}_{c} \boldsymbol{M}_{c} : \boldsymbol{\sigma} \tag{28}$$

$$\dot{\alpha}_{\rm c} \equiv \dot{\bar{\varepsilon}}^{\rm c} = \dot{\gamma}_{\rm c} \sigma_{\rm cHill} \tag{29}$$

のように導入する.ここで, ý_c はクリープ定数であり,相当 クリープひずみ速度 & の発展方程式には,式(12)と同形式の

$$\dot{\varepsilon}^{c} = C_{1} \left(\sigma_{cHill} \right)^{C_{2}} \exp\left(-\frac{C_{3}}{T}\right)$$
(30)

を採用する. ここで, C_1 , C_2 , C_3 は材料パラメータ, T は材料の絶対温度である. また, M_c はその行列表記が次式で与えられるクリープ Hill テンソルである.

$$\boldsymbol{M}_{c} = \begin{bmatrix} Q_{c} + R_{c} & -R_{c} & -Q_{c} & 0 & 0 & 0 \\ -R_{c} & R_{c} + P_{c} & -P_{c} & 0 & 0 & 0 \\ -Q_{c} & -P_{c} & P_{c} + Q_{c} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2N_{c} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2L_{c} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2M_{c} \end{bmatrix}$$
(31)

ここで,

$$P_{c} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{S_{yy}^{2}} + \frac{1}{S_{zz}^{2}} - \frac{1}{S_{xx}^{2}} \right) , \quad L_{c} = \frac{3}{2} \frac{1}{S_{yz}^{2}}$$

$$Q_{c} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{S_{zz}^{2}} + \frac{1}{S_{xx}^{2}} - \frac{1}{S_{yy}^{2}} \right) , \quad M_{c} = \frac{3}{2} \frac{1}{S_{zx}^{2}}$$

$$R_{c} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{S_{xx}^{2}} + \frac{1}{S_{yy}^{2}} - \frac{1}{S_{zz}^{2}} \right) , \quad N_{c} = \frac{3}{2} \frac{1}{S_{xy}^{2}}$$
(32)

であるが、直交異方性クリープモデルに関する Hill 定数 S_{xx} , S_{yy} , S_{zz} , S_{xy} , S_{yz} , S_{zx} は、直交異方性弾塑性モデ ルに関する Hill 定数とは異なる定義が必要である。その定義 にはいくつかの考え方があり得るが、本研究では垂直変形と せん断変形それぞれに関する弾性率の最小値を参照として、 各軸の弾性率との比

$$S_{xx} = \frac{E_{xx}}{E_{\min}} , \quad S_{yy} = \frac{E_{yy}}{E_{\min}} , \quad S_{zz} = \frac{E_{zz}}{E_{\min}}$$
(33)

$$S_{xy} = \frac{G_{xy}}{G_{\min}} , \quad S_{yz} = \frac{G_{yz}}{G_{\min}} , \quad S_{zx} = \frac{G_{zx}}{G_{\min}}$$
(34)

をクリープ Hill 定数として定義する.ここで,

$$E_{\min} = \min\left(E_{xx}, E_{yy}, E_{zz}\right) \tag{35}$$

$$G_{\min} = \min\left(G_{xy}, G_{yz}, G_{zx}\right) \tag{36}$$

である.この定義の妥当性を検証することは難しいが,弾性 率の比は,各軸の垂直変形と各面のせん断変形それぞれにつ いて,時刻ゼロで単位ひずみを与えたときの応力値に相当す るため,弾性限,すなわち降伏応力と同様の指標として採用 する.

(4) 異方性損傷モデル マクロ材料挙動は,母材の弾 性係数が過去に経験した最大ひずみに応じて低減される挙動 を反映するものと仮定して,異方性損傷モデルを提案する.

まず,式(14)と同一の独立変数と関数形を有する損傷変数 Dを導入する.そして,異方性弾性係数行列 \mathbb{C}_0^e の独立した9つの成分が各々損傷を受けると考え,各成分に損傷パラメータ $s_1 \sim s_9$ を対応させる.すなわち,弾性係数テンソルの行列表記を以下のように与える.

 $\left[\mathbb{C}^{\mathrm{e}}\left(D\right)\right]$

	s_1C_{11}	s_4C_{12}	s_5C_{13}	0	0	0	
		s_2C_{22}	s_6C_{23}	0	0	0	
_			s_3C_{33}	0	0	0	(27)
=				$s_7 C_{44}$	0	0	(37)
					s_8C_{55}	0	
	sym.					s_9C_{66}	

ここで、 C_{11} 、 C_{22} 、…、 C_{66} などは損傷のない初期状態の異方性弾性係数行列 \mathbb{C}_{0}° の成分である.そして、 $s_{1} \sim s_{9}$ を

$$s_i(D) = (1 - S_i D)$$
 $i = 1, 2, \dots, 9$ (38)

のように、各成分の損傷は先に定義した損傷パラメータに係数*S*_iを乗じて表現することにする.

5.2 マクロ構成則の性能検証 本節では、前項で提案 したマクロ構成則の表現性能を検証する.具体的には、第4 節において FRP のミクロ構造に対して行った数値材料試験の 結果を同定元として、前項で示したマクロ異方性非弾性・ク リープ・損傷複合モデルの材料パラメータ同定を行い、各軸 の応力–ひずみ曲線を比較することで提案する構成モデルの 妥当性を確認する.同定手法には、第3節と同様に PSO を 採用する.

(1) 準備 前節で提案したマクロ構成則は,同定する パラメータの数が多く,個々のパラメータで同定し易さなど も異なることから,すべてのパラメータを画一的に同時に同 定するのは同定精度の観点からも適切な方法とはいえない. したがって本研究では,予め別の方法で簡単に決定できるパ ラメータや,何らかの制約条件を課すことで簡素化できるパ ラメータについては全体の同定対象から除外した.

まず,均質化弾性係数については,樹脂および繊維の非線 形挙動を考慮しない設定で数値材料試験を実施することで同 定する.すなわち,通常の線形均質化解析を行うことで直交異 方性あるいは横等方性の弾性係数を決定する.ここで,Fig.5

Table.2 同定されたマクロパラメータの値

材料パラメータ	記号	同定値
x, y 方向初期弾性率 [MPa]	E _{xx}	9048 *
z方向初期弾性率 [MPa]	E_{zz}	116300 *
xy 方向初期せん断弾性率 [MPa]	G_{xy}	2023 *
yz, zx 方向初期せん断弾性率 [M]	Pa] G_{yz}	2797 *
xy 方向初期ポアソン比	v_{xy}	0.3106 *
<i>yz, xz</i> 方向初期ポアソン比	v_{yz}	0.2021 *
x, y 方向初期降伏応力 [MPa]	$\sigma_{\mathrm{xx}}^{\mathrm{Y}}$	63.13
z方向初期降伏応力 [MPa]	$\sigma_{ m zz}^{ m Y}$	2851
xy 方向初期降伏応力 [MPa]	$ au_{ m xy}^{ m Y}$	24.78
yz, zx 方向初期降伏応力 [MPa]	$ au_{ m yz}^{ m Y}$	23.22
硬化パラメータ 1 [MPa]	H	923.1
硬化パラメータ 2 [MPa]	R_0	95.12
硬化パラメータ 3	β	504.8
クリープパラメータ 1	C_1	1.000 **
クリープパラメータ 2	C_2	1.165
クリープパラメータ 3	C_3	5034
損傷パラメータ 1	d_1	0.5976
損傷パラメータ 2	d_2	0.7428
損傷係数1	S_1	14.71
損傷係数 2	S_2	$10^{-10} **$
損傷係数 3	<i>S</i> ₃	5.152
損傷係数 4	S_4	29.45
損傷係数 5	S_5	12.78
損傷係数 6	S_6	15.65
*:線形均質化解析により算定,	** : 固定値	(同定対象外)

のユニットセル x, y 面については, 厳密には異方性を示すが, 等方性を仮定する.また, 初期降伏応力についても, 明らか

マガロをしたりる。 なた、初新峰(心力についても、 切らかに x 方向と y 方向、そして yz せん断と zx せん断は、それぞれ同じ降伏強度が想定されるので、あらかじめ $\sigma_{xx}^{Y} = \sigma_{yy}^{Y}$ および $\tau_{yz}^{Y} = \tau_{xx}^{Y}$ という制約を与える.

一方、本研究では材料の温度水準を1水準のみを考えるため、クリープパラメータ $C_1 \ge C_3$ については従属関係になる。したがって、 $C_1 = 1.00 \ge$ 固定し、 C_3 のみを同定対象とする。また、数値材料試験の結果である Fig.7 におけるz方向の応答をみると、明らかに材料の損傷が見られない。したがって、弾性係数行列の該当成分である S_2 を非常に小さい値に固定して同定対象から外すことにした。

(2) PSOによる材料パラメータ同定 第4節で行った 数値材料試験の結果(マクロ応力-マクロひずみデータ)を 実験データとみなして,前項で設定した条件の下で PSO を適 用して材料パラメータを同定した.同定に際しての誤差関数 には,未知材料パラメータからなるベクトル p を変数とする

$$\chi(\boldsymbol{p}) = \sum_{\alpha=1}^{n_{\text{test}}} \frac{1}{n_{\text{step}}^{[\alpha]}} \frac{1}{\|\boldsymbol{\sigma}_{\text{ref}}^{[\alpha]}\|} \left(\sum_{i=1}^{n_{\text{step}}^{[\alpha]}} \|\boldsymbol{\sigma}^{[i,\alpha]}(\boldsymbol{p}) - \hat{\boldsymbol{\sigma}}^{[i,\alpha]}\| \right)$$
(39)

を用いた. ここで、n_{test} は数値材料試験におけるマクロ変形



Fig.81方向強化複合材モデルに対する数値材料試験結果(垂直方向)と材料パラメータ同定曲線



Fig.91方向強化複合材モデルに対する数値材料試験結果(せん断方向)と材料パラメータ同定曲線

パターン (本研究では 6), $n_{step}^{[a]}$ は変形パターン α の数値材 料試験の荷重ステップ数である.また, $\sigma^{[i,a]}(p)$ は,本研究 で提示したマクロ構成則に想定したパラメータの組 pを用い て,マクロ変形パターン α に対応するマクロひずみテンソル の全成分を入力データとして算出した,荷重ステップ i での マクロ応力テンソルである.一方, $\sigma^{[i,a]}$ は対応する "数値材 料試験"結果として得られたマクロ応力テンソルである.ま た, $\sigma_{ref}^{[a]}$ は誤差を正規化するための参照応力であり,本研究 では各マクロ変形パターンの数値材料試験で最大のノルム値 を取る応力とした.なお,ここでの2階テンソルのノルムは $||A|| = \sqrt{A:A}$ とした.

PSO により同定されたマクロ材料パラメータを Table. 2 に,これらを用いて描いた同定曲線を Fig. 8 と Fig. 9 に示す. 図中,精度を確認するために数値材料試験から得られた曲線 も併記した.これらの図から,同定曲線は1方向強化複合モ デルに対する数値材料試験結果データを精度よく近似できて いると言える.

Fig. 10 および Fig. 11 は、数値材料試験における各パター ンのマクロひずみ履歴を入力データとして、同定されたパラ メータを用いて構成則を評価したときのマクロ非弾性ひず みの発展履歴である。具体的には、Fig. 10は、ひずみ速度 10⁻⁴/s で与えた垂直3方向およびせん断3方向のマクロひず み履歴と対応する相当塑性ひずみ履歴の関係を表している. ここで、xおよび y方向の相当塑性ひずみの増え方が徐々に 緩やかになっていくのは、損傷によって弾性率が低下し、塑 性 Hill 応力 σ_{oHill} の増え方が緩やかになっているからである. また, z 方向では繊維補強材が線形弾性体と仮定されている ことから、蓄積塑性ひずみ量は非常に小さい。一方、Fig.11 は、ひずみ速度10⁻⁴/sで与えた垂直3方向およびせん断3方 向のマクロひずみ履歴と対応する相当クリープひずみの履歴 の関係図である。Fig. 10 と Fig. 11 を比べると、前者ではマ クロ変形パターンがせん断のときに大きな塑性ひずみを生じ るのに対して、後者では逆の傾向、すなわち垂直方向ひずみ のパターンを与える方がクリープひずみが進展しやすいこと が分かる。この後者の傾向は、Fig.8 と Fig.9 の同定曲線に 見られるように、垂直方向に負荷した場合はせん断方向に比 べて大きな応力が生じ,クリープ Hill 応力 σ_{cHill} も大きくな るため、本研究で採用した発展則(30)ではクリープひずみが 卓越しやすくなるからである.

最後に,提案したマクロ構成則が,数値材料試験の結果と よく合致するマクロ材料挙動を再現できたのは、ミクロ構造 内の材料挙動の特徴を反映しつつ,異方的な特性を付加した モデルとしたからである。実際,ここで見たように、マクロ 非弾性ひずみの進展とその程度は、樹脂材に導入した材料モ デル(等方性弾塑性・クリープ・損傷構成則)の特性を反映す るものである。したがって、FRPのように構成材料の組み合 わせが比較的単純な場合,適切なミクロ材料モデルを選定で きれば、それらに異方的な特性を付与した構成則を分離型マ ルチスケール解析におけるマクロ材料モデルに設定できると 結論づけたい。もちろん、本論文では Fig.5 に示すような簡







Fig. 11 数値材料試験の同定パラメータによるマクロ材 料挙動(相当クリープひずみ)



Fig. 12 FRP 試験片の有限要素モデル

単なモデル一例で実施したに過ぎず,その結論を決定づける ためにはさまざまなモデルを使って検証を重ねる必要がある.

6. マクロ構造解析および局所化解析

本節では,提案した異方性弾塑性・クリープ・損傷複合構 成モデルを汎用 FEM ソフト ANSYS⁽¹⁹⁾ にユーザーサブルー チンとして実装し,前節で同定したその材料パラメータを用

Von Mises 相当応力分布



Fig. 13 マクロ構造解析結果と局所化解析結果(相当応力分布)

いてマクロ解析を行う.そして,分離型マルチスケール解析 手法は近似解法ではあるが,均質化理論に基づくことから, マクロ解析の後にミクロ解析(局所化解析)を行うことによ り,マクロ材料挙動を特徴づけているユニットセルのミクロ 応答再現することができることを例示する.

6.1 解析条件 対象とするマクロ構造モデルは, Fig. 12 に示すような材料試験片であり,繊維は x1 軸から 30° だけ x2 軸方向に傾いた配向とした. この有限要素モデルには 20 節 点六面体要素を 10,000 個用いており,全節点数は 32149 で ある. Fig. 12 の左側に示した赤色の枠内の(試験片の上下面に含まれる)節点を完全固定し,右側の黄色い枠内の(試験片の上下面に含まれる)節点に x1 方向への負荷–除荷の強制変位を与える.強制変位は時間に対して線形的に増加させ (負荷過程),その後,逆方向に変位を与えて再び変位をゼロに戻す(除荷過程).ここで,与えた最大変位は試験片の 掴み部分を除いた長さ(109.3mm)の 1.5%とした.また,負荷過程,除荷過程ともに変位制御で解析を実施し,その変形

速度には 3 水準(速い・中間・遅い)を用意した. これら 3 つの速度水準は、その変位速度で解析を行うと全体の解析時 間がそれぞれ 12 秒・120 秒・1200 秒になるように設定した もので、それを変形速度で表せば、それぞれ $1.25 \times 10^{-3}/s \cdot$ $1.25 \times 10^{-4}/s \cdot 1.25 \times 10^{-5}/s$ となる.

6.2 解析結果 解析結果として、変位速度水準の最も 遅いケースにおけるマクロ構造内の相当応力分布を Fig. 13 の右側に示す.このマクロ解析の結果は、試験片に設定した 繊維方向に沿った位置に応力が高い部分が分布している様子 が観察される.さらに強制変位の増加に従って試験片の変形 が紙面の下方向へ偏っており、FRP の材料異方性が表現され ている.

また,分離型マルチスケール解析における局所化解析機能 を例示するために,マクロ最大応力が観察される点のマクロ 変形履歴を抽出してミクロ解析を行った結果をこの図の左側 に示した.負荷過程と除荷過程のマクロ構造の変形と応力状 態の時間的変化を反映したミクロ応答が得られており,特に



Fig. 14 マクロ構造解析結果(相当塑性ひずみ分布)

繊維材に高い応力が集中して作用している様子が再現されて いる.

Fig. 14~Fig. 16 は、ひずみ速度が最も遅いケースにおけ る相当塑性ひずみ分布および相当クリープひずみ分布、損傷 変数の分布を時間変化を示したものである.これらの図から 分かるように、繊維方向とは逆の対角線上(左上や右下)で 大きなひずみや損傷が現れており、実際の試験片に見られる 典型的な異方性の変形挙動を適切に再現していると言える.

Fig. 17 は、このマクロ解析で強制変位を与えた面における 反力-変位関係である.この図から、変形速度が中程度のもの と最も速いものとではマクロ応力-ひずみ応答に顕著な差は ないことが分かる。これは、変形速度が速くなるとクリープ 変形よりも塑性変形が卓越し、変形速度依存性が弱まるとい う提案したマクロ構成則の特徴を反映している この議論を より深めるために、代表的なマクロ物質点における非弾性変 形の分担について考察する. Fig. 18 と Fig. 19 は, それぞれ 先の局所化解析に際して着目したマクロ物質点における相当 塑性ひずみおよび相当クリープひずみの(与えた強制変位に 対する) 推移である. 後者のひずみの軸は対数目盛であるこ とに注意されたい.変形速度が最も速いケースでは、クリー プ変形が非常に小さくなって塑性変形が支配的となるため, 塑性変形量の変形速度依存性が現れにくくなっていることが わかる. また, Fig. 14 および Fig. 15 に対応して, Fig. 18の 除荷過程では相当塑性ひずみが増加しない様子が, Fig. 19の 除荷過程では相当クリープひずみがわずかではあるが増加す る様子が再現されている



Fig. 15 マクロ構造解析結果(相当クリープひずみ分布)

7. 結論

本研究では,FRPの母材として用いられる樹脂に非弾性変 形や内部損傷を生じるような場合でも,ミクロ解析とマクロ 解析を分離した非線形マルチスケール解析が可能であること を例証した.具体的には,以下のような研究成果を得た.

- 母材の樹脂材料にポリカーボネートを想定して、その実験結果を特徴づける材料モデルとして等方性の弾塑性・ クリープ・損傷複合構成則を導入した。
- 樹脂材の材料モデルとして導入した構成則を用いて数値 材料試験を行い,FRPの異方的な材料挙動について考 察した。
- 数値材料試験結果を踏まえ、かつミクロ構成則として導入した弾塑性・クリープ・損傷複合構成則の数理構造を反映して、マクロ異方性構成則を提案した。
- 数値材料試験結果から、PSOを適用して提案した異方 性弾塑性・クリープ・損傷複合構成則の材料パラメータ を同定し、その同定精度を確認するとともに、この構成 則で表現している材料挙動について考察した。
- 提案したマクロ構成則に同定した材料パラメータを用いてマクロ解析を行った。そして、代表的なマクロ物質点の変形履歴に対応した、マクロ弾塑性・クリープひずみの発現の程度や、局所化解析で得られるミクロ応答ついて議論した。

そして,この過程の中でミクロ構造に導入した材料モデル





Fig. 17 マクロ構造解析結果 (変位-反力曲線)

の特徴を反映したマクロ異方性構成則を構築できれば、この 分離型マルチスケール解析の精度がある程度保証できること を確認した.

著者らはこのような基礎研究の成果を受けて、分離型マル チスケール解析法の汎用 FEM ソフトへの実装・統合とその CAE の実務への普及に力を注いできた^(21, 22, 23).本解析手 法ならびにマクロ構成則が CAE ソフトウェアの一機能とし て実用に耐え得るためには、持続的な機能強化と精度保証は もちろんのこと、ロバスト性にも配慮する必要がある.また、 FRP の強度設計に際しては、樹脂の変形は数パーセントオー ダーの比較的大きなひずみまで考慮されるべきであるので、 有限ひずみ理論の枠組みで構成則を再定式化する必要がある. これらはいずれも今後の課題としたい.



Fig. 18 マクロ構造解析結果(相当塑性ひずみの推移)



Fig. 19 マクロ構造解析結果(相当クリープひずみの推移)

参考文献

- Sanchez-Palencia, E., Non-homogeneous media and vibration theory, Lecture Notes in Physics 127, Springer-Verlag, Berlin, 1980.
- (2) 寺田賢二郎, 菊池昇, 均質化法入門, 日本計算工学会編, 丸善, 2003.
- (3) Terada, K. and Kikuchi, N., Nonlinear homogenization for practical applications, in: Ghosh S., Ostoja-Starzewski M. (Eds.), *Computational Methods in Micromechanics*, ASME AMD 212, 1995, pp.1–16.
- (4) Terada, K. and Kikuchi, N., A class of general algorithms for multi-scale analyses of heterogeneous media, *Comput.*

Methods Appl. Mech. Engng, Vol. 190, 2001, pp.5427–5464.

- (5) 渡邊育夢,寺田賢二郎,非線形均質化理論における2変 数境界値問題のミクロ-マクロ非連成近似解法,応用力学 論文集,土木学会, Vol. 8, 2005, pp. 277-285.
- (6) Watanabe, I. and Terada, K., A method of predicting macroscopic yield strength of polycrystalline metals subjected to plastic forming by micro-macro de-coupling scheme, *Int. J. Mech. Sci.*, Vol.52, No. 2, 2010, pp. 343–355.
- (7) Guedes, J.M. and Kikuchi, N., Preprocessing and postprocessing for materials based on the homogenization method with adaptive finite element methods, *Comput. Methods Appl. Mech. Engng*, Vol.83, 1990, pp.143–198.
- (8) 寺田賢二郎, 犬飼壮典, 平山紀夫, 非線形マルチスケー ル材料解析における数値材料実験, 機械学会論文集(A 編), 第74巻, 第744号, 2008, pp.1084-1094.
- (9) 寺田賢二郎, 犬飼壮典, 濱名康彰, 見寄明男, 平山紀夫, 数 値材料試験による異方性超弾性体のパラメータ同定, 計 算工学会論文集, Vol. 2008, 2008, 論文番号 20080024.
- (10) 寺田賢二郎, 濱名康彰, 平山紀夫, 繊維強化プラスチックの粘弾性マルチスケール解析手法, 日本機械学会論文集(A編) 75 巻 760 号, 2009, pp.1674–1683.
- (11) Terada, K., Kato, J., Hirayama, N., Inugai, T. and Yamamoto, K., A method of two-scale analysis with micromacro decoupling scheme: application to hyperelastic composite materials, *Comput. Mech.*, **52**, 2013, pp.1199–1219.
- (12) Kaneko, K., Terada, K., Kyoya, T. and Kishino, Y., Globallocal analysis of granular media in quasi-static equilibrium, *Int. J. Solids Struct.*, Vol. 40, No. 15, 2003, pp. 4043–4069.
- (13) Terada, K., Saiki, I., Matsui, K. and Yamakawa, Y., Twoscale kinematics and linerization for simultaneous twoscale analysis of periodic heterogeneous solids at finite strain, *Comput. Methods Appl. Mech. Engng*, Vol. 192, 2003, pp. 3531–3563.
- (14) Matsui, K., Terada, K. and Yuge, K., Two-scale finite element analysis of heterogeneous solids with periodic microstructures, *Comput. Struct.*, Vol. 82, No. 7–8, 2004, pp. 593–606.
- (15) 小柳 潤,一方向複合材料の時間依存型の界面損傷進展 特性とクリープ寿命予測,学位論文,早稲田大,2006.
- (16) Simo, J.C. and Hughes, T.J.R., Computational Inelasticity, Interdisciplinary Applied Mathematics, Vol.7, Springer, New York, 1998.
- (17) Eberhart, R.C. and Kennedy, J., A new optimizer using particle swarm theory, *Proceedings of the Sixth International Symposium on Micromachine and Human Science*, Nagoya, Japan, 1995, pp. 39-43.

- (18) Kennedy, J. and Eberhart, R.C., Particle Swarm Optimization, *Proceedings of IEEE the International Conference on Neural Networks*, Piscataway, NJ., 1995, pp. 1942-1948.
- (19) ANSYS Inc., *Release 13.0 Documentation for ANSYS*, 2011.
- (20) De Souza Neto, E.A., Perić, D. and Owen, D.R.J., Computational Methods for Plasticity: Theory and Applications,
 Wiley, 2008. 非線形有限要素法一弾塑性解析の理論と実践, 監訳:寺田賢二郎, 森北出版, 2012.
- (21) 平山紀夫, ANSYS を利用したマルチスケール CAE~ ANSYS を利用した数値材料試験~, Mechanical CAE NEWS, Vol.6, 2006.
- (22) 平山紀夫,寺田賢二郎,数値材料試験による異方性非線 形材料特性の算出〜数値材料試験用入力データの計測手 順とデータ解析〜,CAEのあるものづくり,サイバネッ トシステム,Vol.10,2008, pp.10-12.
- (23) 宮内隆太郎,山本晃司,石田智裕,寺田賢二郎,平山紀 夫,石井惠三,非線形版マルチスケール解析システムの 開発への取り組み,計算工学講演会論文集, Vol.14, 2009, pp.549–552.