

EFITによる数値実験に基づく 均質体表面のひび割れ深さ評価法の提案

河西 亮輔¹・加藤 準治²・中畑 和之³・京谷 孝史⁴・小川 淳⁵

¹学生会員 東北大学大学院工学研究科 (〒 980-8579 仙台市青葉区荒巻字青葉 6-6-06)

²正会員 東北大学助教 災害科学国際研究所 (〒 980-8579 仙台市青葉区荒巻字青葉 6-6-06)
E-mail: jkato@civil.tohoku.ac.jp

³正会員 愛媛大学准教授 大学院理工学研究科 (〒 790-8577 愛媛県松山市文京町 3)

⁴正会員 東北大学教授 大学院工学研究科 (〒 980-8579 仙台市青葉区荒巻字青葉 6-6-06)

⁵正会員 鉄道・運輸機構 東京支社 (〒 105-0011 東京都港区芝公園 2-4-1 (芝パークビル))

本研究は、開口ひび割れを有する直方体モデルに対する3次元弾性波伝播解析の結果を基に、均質体表面に観察されるひび割れの深さを推定する方法を提案するものである。ここでは、石膏とコンクリートを理想的な均質体と想定した直方体供試体モデルの表面に様々な開口亀裂を設け、動弾性有限要素法(EFIT)によりリッカー波を入力して亀裂で散乱・回折する表面波の減衰の様子を調べた。その結果、減衰の大きさは表面波の波長とひび割れ深さの比に強く依存し、材料の違いには依らないことを見出し、その事実に基づいてひび割れ深さを推定する式を定式化した。さらに、それを基にして均質体表面に観察されるひび割れの深さを推定する手法を提案した。

Key Words : *non-destructive tests, crack, EFIT, wave propagation, surface wave*

1. はじめに

本研究は、構造物表面に観察されるひび割れの深さを数値実験により推定する手法を提案する基礎的研究である。本論文は、既設の土木構造物に発生するひび割れ、とりわけトンネルの覆工コンクリートの壁面ひび割れの深さ推定に貢献することを意図しており、以下ではトンネルの損傷劣化に関する現状とそれに関連したコンクリート材料のひび割れ評価法の問題点と照らし合わせながら、本研究の内容について概説する。

現在、日本の多くのトンネルでは経年劣化による老朽化が進んでいると言われており、それを裏付けるかのように材料劣化に起因する覆工コンクリート塊の剥落・落下事故がしばしば報告されている。これらのコンクリート塊の剥落・落下が重大事故につながることを未然に防止するためにも、定期的な点検を実施し覆工コンクリートの損傷・劣化状態を把握しておくことが肝要である。中でもコンクリート表面のひび割れについては、材料の損傷・劣化の程度を評価する上で最も重要な情報であり、そのひび割れ深さを調査できれば適切な補修方法が選定でき、事故を防止できる可能性がある。

トンネルの点検方法については、従来より目視による方法やハンマーによる打音検査が実施されてきた。しかし、点検に多くの時間を要することから、現在ではそ

れらに代わる新しい点検方法の開発が進められている。例えば、表面ひび割れの有無を検査する方法に関しては、ひび割れ分布をデジタルカメラやレーザー、サーモグラフィなどを利用して検知する方法が提案されており¹⁾、効率のよい調査方法として注目されている。

一方、ひび割れ深さを検査する方法には主に衝撃弾性波法と超音波法が知られている。これらはいずれも弾性波を用いる手法で、その伝播速度や振幅、周波数特性などからひび割れ深さを評価する方法である。これらの方法は、弾性波の周波数特性によっては検査対象となる材料の幾何学的特性に強く依存することが知られている²⁾。

弾性波を用いたひび割れ深さの評価法においては、主にP波を用いる方法と表面波による方法の2つに分類することができ、前者は主に金属材料を対象に広く用いられている。コンクリート材料を対象とした研究では、舎川ら³⁾はP波を用いた場合、材料の幾何学的特性やひび割れ状態によってはひび割れ深さを十分な精度で計測できないことを指摘し、比較的の不具合の生じにくい表面波に着目した検査方法の利用を推奨している。

表面波を用いた研究では、舎川ら³⁾やChaiら⁴⁾はコンクリート供試体を用いた実験を実施し、表面波のほとんどのエネルギーが表面から1波長分の深さの範囲に収まることを利用し、波長と振幅の減衰比(後述の減衰指標 F) からひび割れ深さを推定する式を提案し

ている。しかし、こうした供試体に対する弾性波実験では、供試体寸法に制約があることから計測結果が供試体の境界面での反射波の影響を受けることは避けられず、しかも供試体内部における波動伝播の様子や境界面での反射を詳細に把握することが困難であるため、その影響を十分に考慮したデータ解析ができない。そのため、提案されている推定式は供試体の境界面（側面や底面）における反射波の影響、すなわち供試体寸法の影響を受けていることが懸念される。

こうした背景から、近年では数値シミュレーションを活用したひび割れ深さ推定式の提案が行われている。例えば、吉田ら⁵⁾は有限要素法（FEM）を用いて超音波の波動伝播シミュレーションを行い、その結果を視覚化することで弾性体における超音波の伝播特性について詳しく述べている。浅井ら⁶⁾は、動弾性有限積分法を用いて垂直開口ひび割れのあるトンネル覆工コンクリートモデルを作成し波動伝播シミュレーションを行うことで、ひび割れ深さの推定式を提案している。また、小山ら⁷⁾は、角度のついたひび割れを対象として石膏供試体を用いた実験と FEM 解析の両方を実施し、ひび割れで散乱・回折した表面波の減衰は、ひび割れ角度の違いに対して僅しか影響されず、一方でひび割れ深さに強く依存することを明らかにしている。しかし、これらの研究では、供試体を模擬した解析モデルの寸法が十分な大きさであるとは言い難く、また、境界面（側面）における反射や散乱の影響がどの程度生じているか不明確である。

そこで本研究では、動弾性有限積分法（Elastodynamic finite integration technique: 以下 EFIT と略す）^{8), 9)}を用い、境界面（側面）における反射の影響を受けない程度に十分大きな 3 次元直方体モデルに対する数値シミュレーションを実施し、ひび割れで散乱・回折する弾性波の波長とその減衰の様子についての分析結果からひび割れ深さの推定式を定式化した。なお、ここでは Chai ら⁴⁾の紹介した減衰指標 F を用いたひび割れ深さ推定法を参考にしている。また、それを基にしてひび割れ深さの評価手法を提案しその精度検証を行った。なお、本来コンクリート材料および後述の石膏についても不均質性を有するが、これを考慮すると理論的に非常に複雑となるため、ここでは理想的な均質体と仮定して検討を行っている。非均質性を考慮した EFIT の導入については今後の研究課題としたい。

2. 数値解析手法

(1) 動弾性有限積分法の概要

EFIT は、対象とする領域を積分セルと呼ばれる無数の部分小領域 V に分割し、その領域毎に支配方程式を

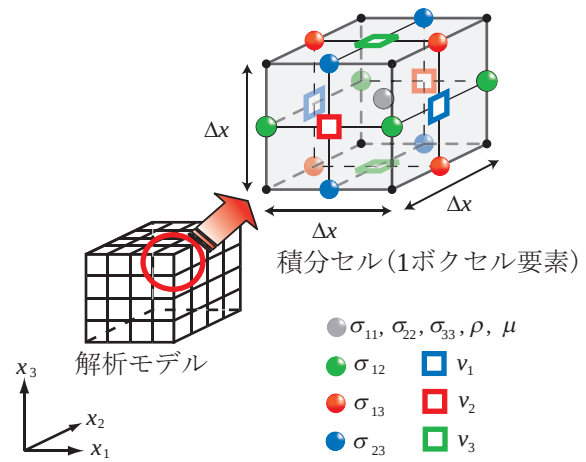


図-1 積分セルの概念

積分することで方程式を離散化する手法である。

材料は等方弾性体であるとし、位置 $\mathbf{x}$ にある粒子の時刻 t における速度を $\mathbf{v}(\mathbf{x}, t)$ 、応力を $\boldsymbol{\sigma}(\mathbf{x}, t)$ とすれば、運動方程式および構成式は以下ようになる。なお、以下では指標に関する総和規約を用いる。

$$\rho \dot{v}_i = \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} + f_i \quad (1)$$

$$\dot{\sigma}_{ij} = \lambda \frac{\partial v_k}{\partial x_k} \delta_{ij} + \mu \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) \quad (2)$$

ここに、 ρ は密度、 $\mathbf{f}$ は物体力、 $(\dot{\bullet})$ は物質時間微分を表す。また、 λ と μ は Lamé 定数であり、弾性体中の縦波音速 c_L および横波音速 c_T との間に次の関係式が成り立つことは周知である。

$$c_L = \sqrt{\frac{(\lambda + 2\mu)}{\rho}}, \quad c_T = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}} \quad (3)$$

式 (1) と式 (2) を任意の部分小領域 V で積分するとガウスの発散定理により次式となる。

$$\int_V \rho \dot{v}_i dV = \int_S \sigma_{ij} n_j dS + \int_V f_i dV \quad (4)$$

$$\int_V \dot{\sigma}_{ij} dV = \int_S \lambda v_k n_k \delta_{ij} + \mu (v_i n_j + v_j n_i) dS \quad (5)$$

ここに、 $\mathbf{n}$ は領域 V の境界 S に立てた外向き単位法線ベクトルである。解析対象領域をボクセルメッシュで分割し、図-1 に示すような 1 つのボクセル要素を上式の部分小領域 V に割り当てて積分セルとする。そして、各積分セルにおいて速度 $\mathbf{v}$ と応力 $\boldsymbol{\sigma}$ は積分セル内および境界面上で一定であると仮定し、図-1 に示すように、応力と速度の成分の代表値を積分セル内および境界面上に配置する。このとき、積分セル単位の離散化の約束事として、積分セルの境界面上に配置される物理量を上付き文字で区別することとし、すなわち、上面に配置される物理量には (U)、下面の物理量には (D)、右側面は (R)、左側面は (L)、前面は (F)、背面には (B) を付ける。

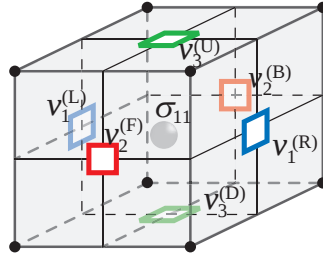
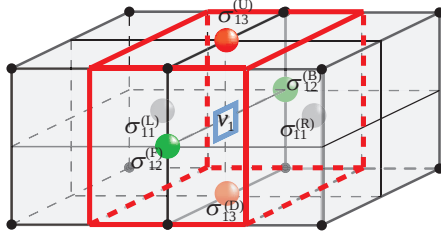
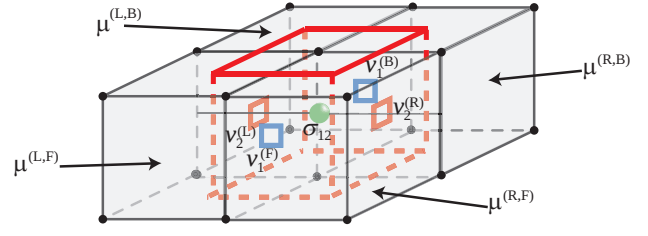

 図-2-a σ_{11} 積分セル

 図-2-b v_1 積分セル

 図-2-c σ_{12} 積分セル

図-2 各積分セル

こうした準備のもとで、式 (4), (5) を用いて応力テンソル σ と速度ベクトル v の各成分を離散化する。

まず、応力テンソルの対角成分 σ_{11} は次のように空間的に離散化される。図-2-a のように σ_{11} の積分を実行する領域を σ_{11} 積分セルと呼ぶ。 σ_{11} 積分セルでは左右側面に v_1 、手前と奥の面に v_2 、上下面に v_3 が配置される。ここで、上下・前後・左右の区別は、 x_1 軸の正方向を基準に定めることに注意する。こうして、 σ_{11} はセル内で一定、速度成分 v_i ($i = 1, 2, 3$) はそれぞれ境界面上で一定なので、式 (5) は

$$\dot{\sigma}_{11} (\Delta x)^3 = (\lambda + 2\mu) \left\{ v_1^{(R)} - v_1^{(L)} \right\} (\Delta x)^2 + \lambda \left\{ v_2^{(F)} - v_2^{(B)} + v_3^{(U)} - v_3^{(D)} \right\} (\Delta x)^2 \quad (6)$$

となり、両辺を $(\Delta x)^3$ で除して以下の離散化式を得る。

$$\dot{\sigma}_{11} = \frac{\lambda + 2\mu}{\Delta x} \left\{ v_1^{(R)} - v_1^{(L)} \right\} + \frac{\lambda}{\Delta x} \left\{ v_2^{(F)} - v_2^{(B)} + v_3^{(U)} - v_3^{(D)} \right\} \quad (7)$$

他の対角項成分 σ_{22} , σ_{33} については、 x_2 軸、 x_3 軸それぞれの正方向を基準にして上下・前後・左右の区別を導入して同様の式が得られる。

次に、速度ベクトルの成分 v_1 を離散化する。 v_1 については、図-2-b の赤線で囲まれた領域を積分領域とする。これを v_1 積分セルと呼ぶ。 v_1 積分セルでは左右に σ_{11} 、手前と奥に σ_{12} 、上下に σ_{13} が配置される。ただし、応力の成分と同様、上下・前後・左右の区別は x_1 軸の正方向を基準に定める。すると、 v_1 はセル内で一定

値、 σ_{1i} は境界面上で一定値なので式 (4) は次式となる。

$$\bar{\rho}_1 \dot{v}_1 (\Delta x)^3 = \left\{ \sigma_{11}^{(R)} - \sigma_{11}^{(L)} \right\} (\Delta x)^2 + \left\{ \sigma_{12}^{(F)} - \sigma_{12}^{(B)} \right\} (\Delta x)^2 + \left\{ \sigma_{13}^{(U)} - \sigma_{13}^{(D)} \right\} (\Delta x)^2 \quad (8)$$

ここで、式 (4) における ρ は σ_{11} 積分セルで一定値として扱ったが、非均質な材料を扱う場合には次式の左右の平均値 $\bar{\rho}_1$ を考える。

$$\bar{\rho}_1 = \frac{1}{2} \left\{ \rho^{(R)} + \rho^{(L)} \right\} \quad (9)$$

式 (8) の両辺を $\bar{\rho}_1$ で割ると、以下のように加速度 $\dot{v}_1$ を与える離散式が得られる。

$$\dot{v}_1 = \frac{1}{\bar{\rho}_1 \Delta x} \left\{ \sigma_{11}^{(R)} - \sigma_{11}^{(L)} + \sigma_{12}^{(F)} - \sigma_{12}^{(B)} + \sigma_{13}^{(U)} - \sigma_{13}^{(D)} \right\} \quad (10)$$

残りの成分 v_2 , v_3 についても、 x_2 軸、 x_3 軸それぞれの正方向を基準にして上下・前後・左右の区別を導入して同様の式が得られる。

最後に、応力テンソルの非対角項成分（せん断成分） σ_{12} の離散化を行う。 σ_{12} については図-2-c の赤線で囲まれた領域を σ_{12} 積分セルとする。 σ_{12} 積分セルでは左右に v_1 、手前と奥に v_2 が配置される。これら前後左右の方向の区別は x_1 軸正方向を基準としていることはこれまでと同じである。 σ_{12} はセル内で一定、 v_i は境界面上で一定なので式 (5) は

$$\frac{\dot{\sigma}_{12}}{\bar{\mu}_1} (\Delta x)^3 = \left\{ v_1^{(F)} - v_1^{(B)} + v_2^{(U)} - v_2^{(D)} \right\} (\Delta x)^2 \quad (11)$$

となる。 μ は σ_{11} 積分セルで一定値として与えている

が、非均質な材料を扱う場合には次式のような前後左右に付与されている値の平均 $\bar{\mu}_1$ を考える。

$$\bar{\mu}_1 = \frac{4}{\frac{1}{\mu^{(R,F)}} + \frac{1}{\mu^{(L,F)}} + \frac{1}{\mu^{(R,B)}} + \frac{1}{\mu^{(L,B)}}} \quad (12)$$

ここで、上付き文字 (R, F), (L, F), (R, B), (L, B) はそれぞれ積分セルの右前方, 左前方, 右後方, 左後方を表す。式 (11) の両辺を $(\Delta x)^3$ で割って次式を得る。

$$\frac{\dot{\sigma}_{12}}{\bar{\mu}_1} = \frac{1}{\Delta x} \left\{ v_1^{(F)} - v_1^{(B)} + v_2^{(U)} - v_2^{(D)} \right\} \quad (13)$$

残りのせん断成分 σ_{23} , σ_{31} についても、 x_2 軸、 x_3 軸それぞれの正方向を基準にして上下・前後・左右の区別を導入して同様の式が得られる。こうして速度ベクトル $\mathbf{v}$ と応力テンソル $\boldsymbol{\sigma}$ の空間域での離散化式が得られた。

一方、時間域の離散化は次のような中心差分近似を用いる。

$$\{\sigma_{ij}\}^{z+\frac{1}{2}} = \{\sigma_{ij}\}^{z-\frac{1}{2}} + \Delta t \{\dot{\sigma}_{ij}\}^z \quad (14)$$

$$\{v_i\}^{z+1} = \{v_i\}^z + \Delta t \{\dot{v}_i\}^{z+\frac{1}{2}} \quad (15)$$

ここで、 Δt は時間ステップであり、上付き文字 z は整数次または半整数次の時間ステップを示している。

ある整数次の時間ステップ z で求めた v_i を式 (7)、式 (13) に代入することで同整数次の時間ステップ z での $\dot{\sigma}_{ij}$ が求まり、その $\dot{\sigma}_{ij}$ と式 (14) を用いて半整数次の時間ステップ $z+\frac{1}{2}$ における σ_{ij} が求まる。そうして求められた σ_{ij} を式 (10) を用いて $\dot{v}_i$ を求め、式 (15) を用いて再び整数次の時間ステップ $z+1$ の v_i が得られる。この過程を交互に実行することで順次速度ベクトルと応力テンソルが求まる。そして、得られた $\mathbf{v}(\mathbf{x}, t)$ から変位 $u_i (= \int v_i dt)$ を求めることで、3章以降で述べる波動伝播に伴う変位挙動の把握が可能となる。

(2) 計算安定化の条件と精度保証のためのセル長の設定法

a) CFL 条件

CFL 条件 (Courant-Friedrichs-Lewy Condition) とは波動伝播解析において、応力などの物理量の情報伝播速度は、実際の現象における物理量の伝播速度よりも早くなければならないという条件である。この条件を満たしていなければ、計算による情報の伝播が実際の現象の伝播に追いつかず、物理的に意味のない解が求まることが知られている。

本解析では、Fellinger ら⁸⁾が提案する以下の CFL 条件式を満たすよう時間ステップを設定した。

$$\Delta t \leq \frac{1}{c_{\max}} \sqrt{\frac{1}{(1/\Delta x_1)^2 + (1/\Delta x_2)^2 + (1/\Delta x_3)^2}} \quad (16)$$

ここに、 $c_{\max}$ は構成される材料の伝播速度のうち、最

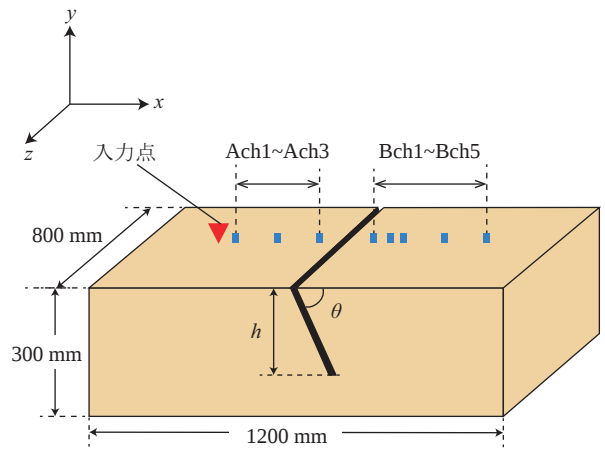


図-3 解析モデル

も速い (縦波) 速度である。また、ボクセルメッシュでは $\Delta x_1 = \Delta x_2 = \Delta x_3 = \Delta x$ としているので、式 (16) は以下の式に書き直すことが出来る。

$$\Delta t \leq \frac{\Delta x}{\sqrt{3}c_{\max}} \quad (17)$$

b) 精度保証のための積分セル長の設定方法

EFIT では空間離散化にボクセルメッシュ分割を利用するため、境界が曲線形状をしている場合にはそれを階段状に近似せざるを得ないという問題がある。この問題による影響を極力小さくするためには、出来るだけ積分セルの一辺の長を小さく設定することが有効であるが、一方でセル長を小さくしすぎると計算機のメモリ不足を生じさせるなど数値計算上の問題が生じる。

そこで本研究では、ある一定の精度を保証するために以下に示す中畑ら¹⁰⁾の提案式を採用した。

$$\Delta x \leq \frac{1}{12} \lambda_{\min} = \frac{1}{12} \frac{c_{\min}}{f_{\max}} \quad (18)$$

ここに、 $c_{\min}$ は構成する材料の伝播速度のうち、最も遅い (横波) 速度であり、 $f_{\max}$ は入射波の最大周波数である。

3. EFIT によるひび割れで散乱・回折する弾性波の数値実験

(1) ひび割れで散乱・回折する弾性波の解析

図-3 に示すような十分な大きさを有する供試体モデル (1200 × 800 × 300 mm) を準備し中央に開口ひび割れを設けた。ひび割れの深さ h は 5 mm, 10 mm, 30 mm の 3 段階、角度 θ は 30° ~ 150° の範囲で 30° 刻みの 5 段階で変化させた。また、比較のための参照値としてひび割れのない健全モデルを用意し、それを加えた合計 16 個 (3×5+1) のモデルにおいて解析を行った。解析においては、直方体モデルの上面下面側面すべて応力フリーの自由境界条件とした。なお、側面の境界における反射については供試体モデル寸法が十分

表-1 ひび割れと垂直に交わる受振点の配置

	ひび割れ透過前				
受振点	Ach1	Ach2	Ach3		
入力点からの距離 (mm)	10	60	110		
ひび割れからの距離 (mm)	-150	-100	-50		
	ひび割れ透過後				
受振点	Bch1	Bch2	Bch3	Bch4	Bch5
入力点からの距離 (mm)	170	190	210	260	310
ひび割れからの距離 (mm)	10	30	50	100	150

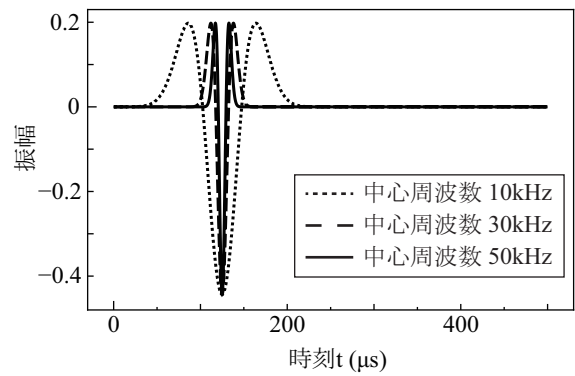


図-4 入力波の時刻歴波形

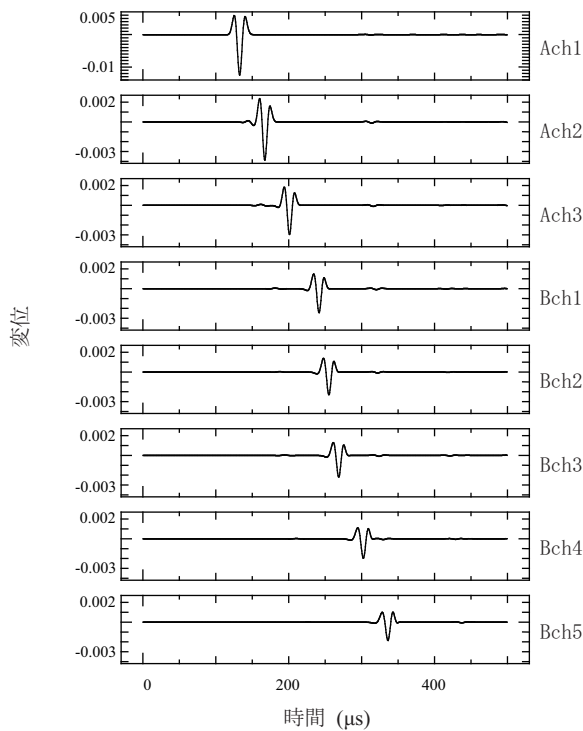


図-5-a 健全モデル（ひび割れなし）

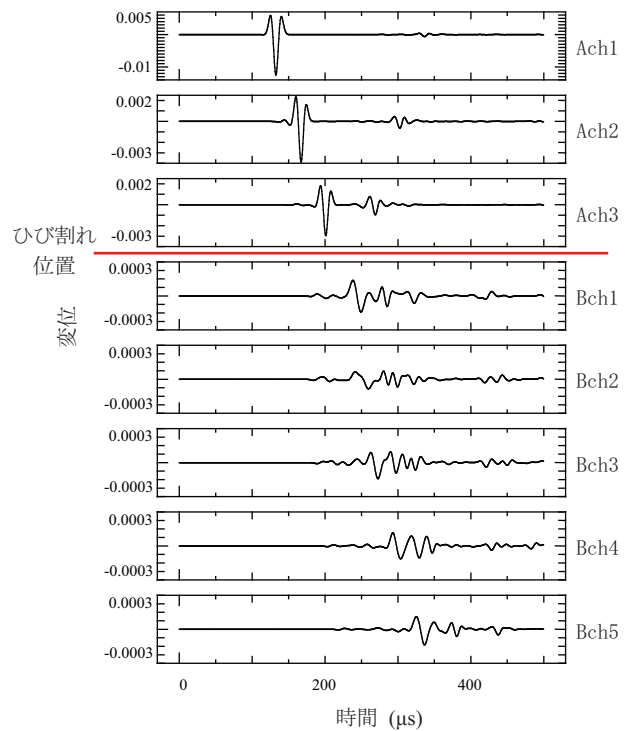
図-5-b ひび割れ角度 $\theta = 90^\circ$ モデル

図-5 受振点ごとの時刻歴波形

に大きいことから、その影響は小さいことを事前に確認している。

供試体の構成材料としては石膏とコンクリートの二種類を想定した。石膏の材料定数は、密度 $\rho = 1800 \text{ kg/m}^3$ 、P 波速度 $c_L = 3200 \text{ m/s}$ 、S 波速度 $c_T = 1600 \text{ m/s}$ であり、コンクリートは密度 $\rho = 2300 \text{ kg/m}^3$ 、P 波速度 $c_L = 4650 \text{ m/s}$ 、S 波速度 $c_T = 2650 \text{ m/s}$ である。

入力波は、ひび割れから 160 mm 離れたところから与えることとし、表-1 に示すように、入力点からひび割れまでの間に Ach1 から Ach3 までの受信点を、また、ひび割れで散乱・回折した波を受信するために Bch1 から Bch5 までの受信点を配置した。入力波としては(19)

式で表されるリッカー波を応力の変動分として与えた。

$$f(t) = \frac{\sqrt{\pi}}{2} (\alpha - 0.5) e^{-\alpha}, \quad \alpha = \left(\frac{\pi(t - t_s)}{t_p} \right)^2 \quad (19)$$

ここで、 t_s は時間域の最大振幅値を示す時刻、 t_p は中心周波数の逆数である。本解析では、入力波として中心周波数 f_m を 10, 30, 50 kHz の 3 種類のリッカー波を用い、全部で 48 ケース (16×3) の解析を行った。それぞれの入力波形の時刻歴振幅を図-4 に示す。

解析の時間間隔およびセル長は、解析精度を保証するため式 (17) の CFL 条件と式 (18) を満たすように、それぞれ $\Delta t = 0.1 \mu\text{s}$ 、 $\Delta x = 1 \text{ mm}$ とした。

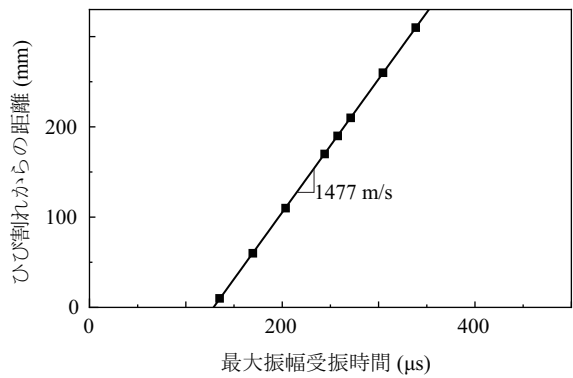


図-6 最大振幅の到達時刻とひび割れからの距離

表-2 中心周波数 f_m と表面波速度

中心周波数 f_m (kHz)	10	30	50
表面波速度 (m/s)	1443	1476	1477

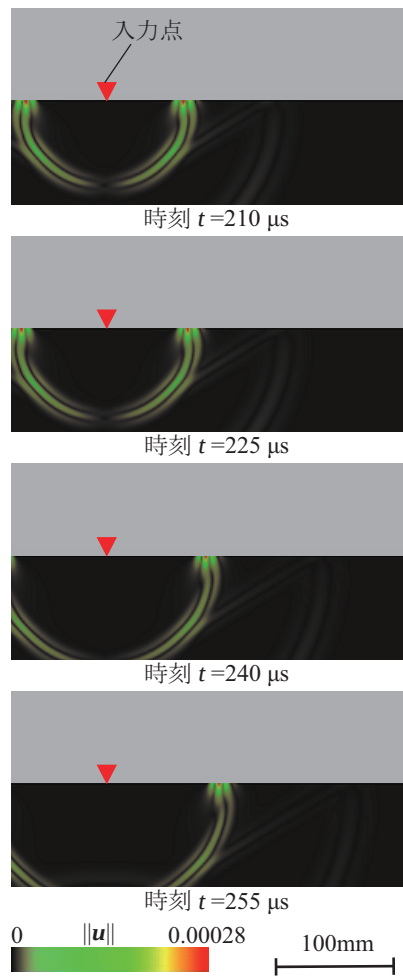


図-7-a 健全モデル

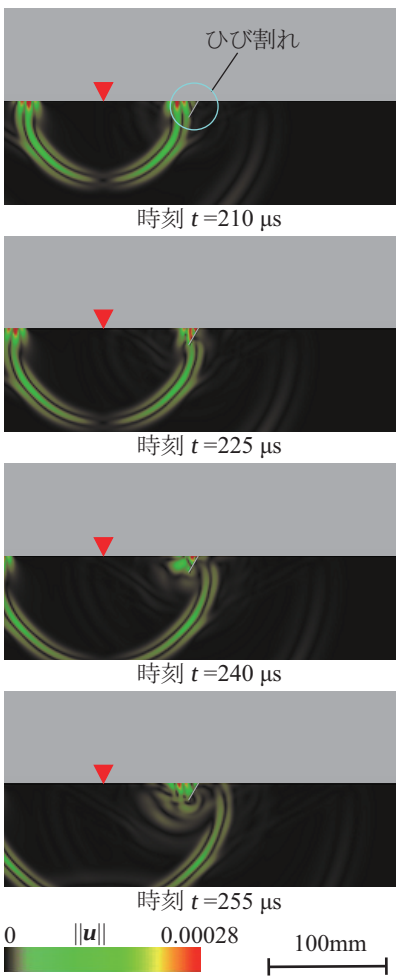


図-7-b ひび割れ角度 $\theta = 90^\circ$ モデル

図-7 弾性波（変位振幅）の伝播の様子

(2) 弾性波伝播速度

図-5-a は、健全モデルに中心周波数 $f_m = 50$ kHz のリッカー波を入力したときに、各受信点で得られた表面波（鉛直方向変位）の波形である。図に見るとおり、波が遠くに伝播するにつれて波形は相似形を保って次第に小さくなっていく様子が確認できる。これに対し

て、図-5-b は、ひび割れ深さ $h = 30$ mm、ひび割れ角度 $\theta = 90^\circ$ の開口ひび割れを配置したひび割れモデルに、同様に中心周波数 $f_m = 50$ kHz のリッカー波を入力したときに得られた波形である。

図-5-b において、入力点側にある受振点 Ach1 から Ach3 での受信波形を見ると、波がひび割れに達した後

に Ach3 から Ach1 に戻る反射波が確認できる。また、ひび割れで散乱・回折した後の受振点 Bch1 から Bch5 の受信波形を見ると、それらは健全モデルのものとは比べて急激に小さく乱れた波形となり、ひび割れによる影響が顕著に現れている。これらのことから、EFIT を用いた本解析においては弾性波動に対する開口ひび割れの影響が良く表現できていると判断できる。

図-6 は、健全モデルに中心周波数 $f_m = 50$ kHz のリッカー波を入力したときに、各 ch が最大振幅値を示す到達時間をプロットしたものである。横軸に到達時間、縦軸にひび割れからの距離を取っており、プロット点をつなぐ近似曲線の傾きが表面波の伝播速度を示すことになる。この場合は、図に見るとおり伝播速度 1477m/s を得た。中心周波数が 10 および 30 kHz のリッカー波を入力した場合についても同様の方法で伝播速度を読み取った結果を表-2 に示す。3 つのケースの平均的な表面波速度はおよそ 1450 m/s であり、材料パラメータとして与えた横波速度 $c_T = 1600$ m/s よりも伝播速度は遅い。この結果は、表面波速度は横波速度よりも遅いという事実と整合しており、本解析の妥当性を示すものである。

図-7-a は、石膏の健全モデルに中心周波数 $f_m = 50$ kHz の波を入力したときの変位振幅 $\|u\|$ の分布である。表面波と供試体内部に広がる波を比べると、表面波の方が振幅が大きく、伝播速度は遅くなっている様子が見られる。また、供試体内部に広がる波は深さ方向に進むことで振幅が急激に小さくなる様子も見て取れる。図-7-b はひび割れ角度 $\theta = 60^\circ$ 、深さ $h = 30$ mm、入力波中心周波数 $f_m = 50$ kHz のケースでの $\|u\|$ の分布である。表面波は開口ひび割れで一部が反射し、一部が回折してひび割れを超えて再び表面に現れており、開口ひび割れで散乱・回折する際の波動伝播の特徴がよく表れている。

4. ひび割れ深さ推定式の提案

以下では、3.(1) で述べた数値実験において、各モデルに対する解析では、後述する理由からひび割れから最も離れた位置にある受振点 Bch5 で得られた変位波形の高速フーリエ変換を用いている。

(1) 石膏モデルにおける表面波の減衰

図-8 はひび割れ深さ $h = 30$ mm、ひび割れ角度 $\theta = 90^\circ$ 、入力波の中心周波数 $f_m = 50$ kHz のひび割れモデルと、健全モデルにおける変位波形の高速フーリエ変換の結果の比較である。表面波はひび割れで散乱・回折することによって減衰し、さらにその減衰の度合いは周波数に依存している様子が判る。ここで、ひび割れに

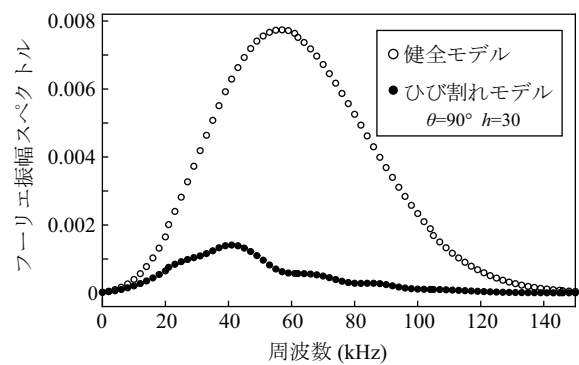


図-8 ひび割れで散乱・回折した波のフーリエ振幅スペクトル

による減衰だけを取り出すことを目的に、ひび割れモデルのフーリエ振幅スペクトルの値を、対応する健全モデルの値で正規化して「減衰指標 F 」と定義する。減衰指標 $F = 1$ はひび割れの影響が無いことを表し、0 に近づくほどひび割れによる減衰の程度が大きいことを意味する。

ただし、図-8 に見るように、入力波の中心周波数から離れた低周波域および高周波数域では、本来の入力波のエネルギーが小さいためにひび割れの影響が明確に現れず、その結果、減衰指標 F は 1 に近くなるという現実を反映していない結果を得てしまう。そこで本研究では、このような入力波のエネルギーが小さく減衰の程度を考慮するには適さない周波数領域を除外するために、減衰指標 F を算出する周波数の範囲を図-9 に示すように定めた。具体的には健全モデルに対して入力波のフーリエ振幅スペクトルが最大値を示す周波数（中心周波数）を中心に、その両側に振幅が最大値の半分となる範囲までとした。

ちなみに、有限積分法 (FIT) の解析では幾何減衰と散乱減衰は離散化の過程でモデル化される。内部減衰については、簡単のためここでは考慮していないが、著者らの研究によれば、石膏や次項のコンクリート等のように非均質体で比較的大きな断面を有するものの場合、幾何減衰と散乱減衰が卓越するという結果が得られている。従って、FIT シミュレーションではこれらの非均質体中での支配的な減衰は自動的にモデルに取り入れられているものと考えられる。もちろん、本研究においては均質体を仮定しているため、散乱減衰が考慮されている訳ではない。

先に図-7 に示したように、表面波がひび割れで散乱・回折する際には、その波動の一部が反射し、また一部はひび割れを回折して伝播するが、その割合はひび割れ深さと波長の相対関係に強く支配されると考えられる。そこで、ひび割れで散乱・回折した表面波の減衰指標 F の変化の様子を調べるにあたり、周波数よりは表面波の波長の方が直接的な因子であると考えられることから、同種材料の健全モデルで得られた表面波速度

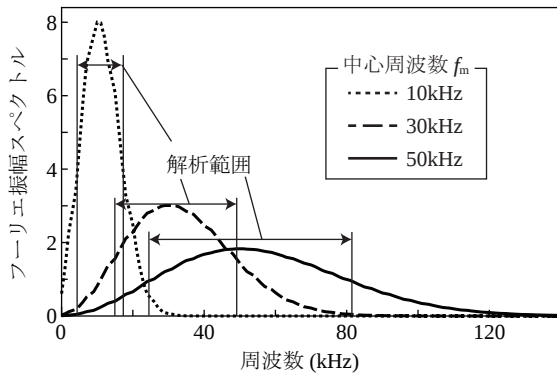


図-9 入力波のフーリエ振幅スペクトル

を用いて周波数を波長 λ に変換し、ひび割れ深さ h と波長の比 h/λ で整理した。

図-10 は、このようにして 3 通りのひび割れ深さ ($h=5\text{ mm}$, 10 mm , 30 mm) のモデルに、中心周波数 $f_m=50\text{ kHz}$ のリッカー波を入力した場合の解析結果を、ひび割れ角度ごとに整理したものである。ただし、伝播方向とひび割れ角度の影響を見るために、 $\theta=30^\circ$ と $\theta=150^\circ$ および $\theta=60^\circ$ と $\theta=120^\circ$ を一緒にプロットしている。図-10-b、図-10-c に見るように、減衰の程度は角度による違いはわずかであり、ひび割れ深さ h に支配されることが判る。

なお、図-10-a を例に挙げると、ひとつの h/λ に複数の減衰指標 F が存在する領域があることが見てわかる。これは、上述のとおり、 $h=5\text{ mm}$, 10 mm , 30 mm のすべての値を同時にプロットしているためである。煩雑さを避けるため、ここでは 3 つの深さ h に敢えて同じ凡例を用いているが、図-10-a に限っては簡単に深さの違いを明記した。

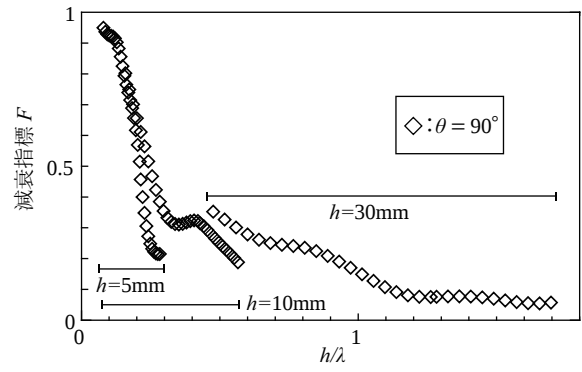
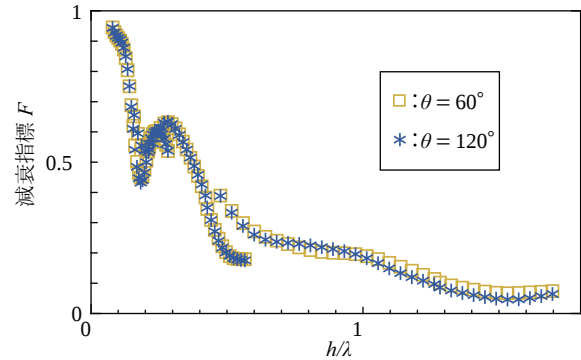
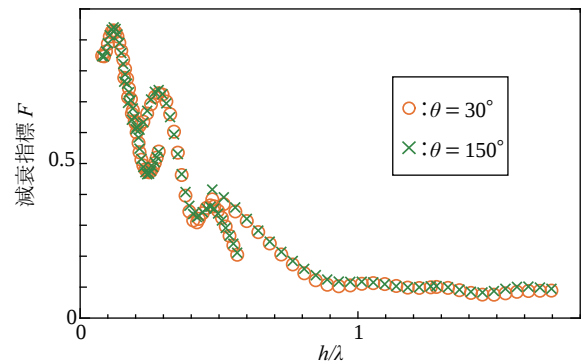
図-11 は、全ケースの解析結果を 3 種類の入力波のタイプ (中心周波数 $f_m=10, 30, 50\text{ kHz}$) ごとに色分けしたプロットである。図に見るとおり全てのプロットがほぼ重なっている。これは表面波の減衰はひび割れ深さと波長で決まり、入力波の種類には無関係であることを示している。

こうして、図-11 のように得られたプロットに対して最小二乗法による指数関数近似を行った。本研究では、ひび割れがない健全モデル ($h=0$) の場合に $F=1$ であることを考慮し、以下の Chai ら⁴⁾ が提案した近似関数を用いた。

$$\frac{h}{\lambda} = -a \cdot \ln F \quad (20)$$

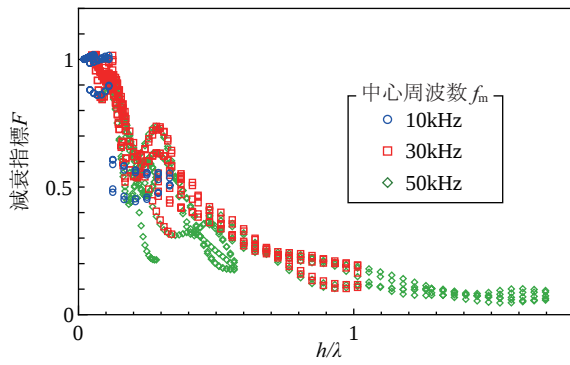
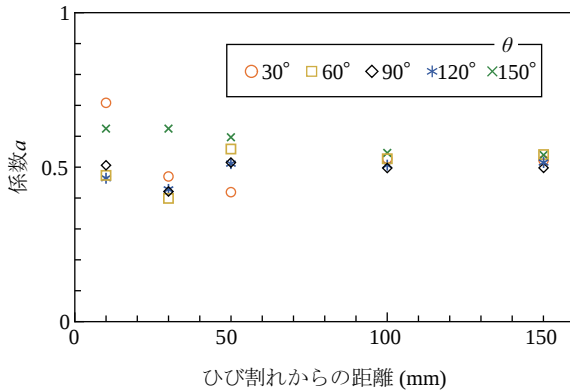
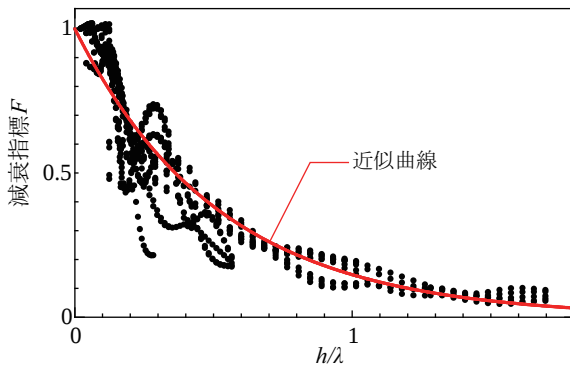
式中、 a がフィッティング・パラメータである。

図-12 は、上に示した解析結果をまとめるに際して、事前にひび割れからの距離が異なる Bch1~5 すべての受振データについて図-11 と同様の図を作成し、それを最良近似する式 (20) の係数 a を最小二乗近似により定めた値をプロットしたものである。横軸はひび割れ

図-10-a $\theta=90^\circ$ 図-10-b $\theta=60^\circ, 120^\circ$ 図-10-c $\theta=30^\circ, 150^\circ$ 図-10 ひび割れ角度 θ ごとの減衰指標 F と h/λ の関係

からの受振点の距離である。この図から、ひび割れからある程度離れた位置の受振データであれば、パラメータ a は一定の値をとり、減衰指標 F は、ある程度ひび割れから離れた位置での受振データをもとに計算すれば受振位置に依存しないことが判った。この事前検討の事実に基づいて本論文では、これまでひび割れ位置から最も遠い Bch5 で受振したデータを示して説明している。

こうして受振点 Bch5 で得られた全てのデータについて最小二乗法により係数 a を求め、図-13 に示すような最良近似曲線を決定した。ここで得られた係数 a は表-3 に示すとおり 0.522 であった。


 図-11 入力波ごとの F と h/λ

 図-12 ひび割れ角度 θ を変化した場合のひび割れからの距離と係数 a の関係

 図-13 受振点 Beh5 における全てのひび割れ角度に対する h/λ と F および近似曲線

(2) コンクリートモデルとの比較

次に、供試体モデルの材料をコンクリートとし、石膏モデルと同様の解析を行った。材料定数は先に述べたとおり密度 $\rho = 2300 \text{ kg/m}^3$, P 波速度 $c_L = 4650 \text{ m/s}$, S 波速度 $c_T = 2650 \text{ m/s}$ である。石膏モデルの結果から、入力波の中心周波数は結果に影響がないことが確認できたので、ここでの解析は入力波は中心周波数 $f_m = 50\text{kHz}$ のみとした。

図-14 は、深さ 30 mm, 角度 90° のひび割れを有するコンクリートモデルと石膏モデルそれぞれで、Beh5 で得られた結果の比較である。図のように、単純にフー

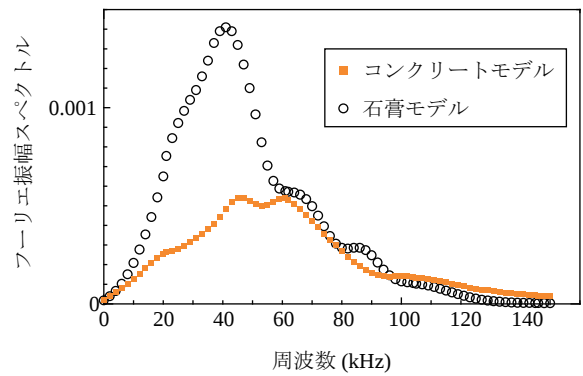
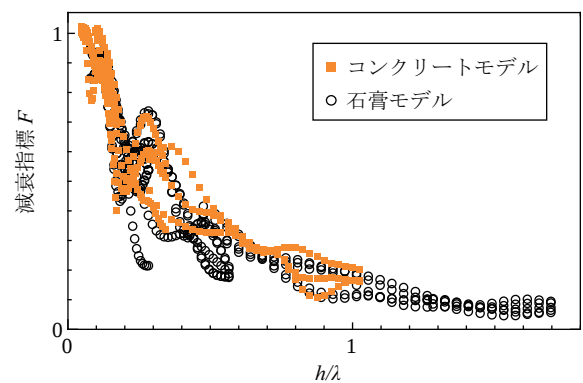


図-14 コンクリートモデルと石膏モデルのフーリエ振幅スペクトル


 図-15 コンクリートモデルと石膏モデルの h/λ と減衰指標 F の比較

リエスペクトルを周波数毎に比較すると、ひび割れによる表面波の減衰は全体的にコンクリートモデルの方が石膏モデルよりも大きい。

しかし、表-3 に示すそれぞれの材料の表面波速度を用いて周波数を波長に変換し、減衰指標 F と波長とひび割れ深さの比 h/λ の関係に整理し直すと、二種類の材料モデルについて得られた F と h/λ の関係は、図-15 に示すようにほぼ一致する。この結果を基に、コンクリート供試体モデルについて、式 (20) による最良近似を与える係数 a を最小二乗法によって求めた値を表-3 に合わせて示している。コンクリートモデルが示した曲線群に対する $a = 0.514$ は石膏モデルのそれらに対する $a = 0.522$ に非常に近い値である。この結果は、開口ひび割れで散乱・回折する表面波の減衰は、ひび割れ深さと表面波の波長の相対関係で決まり、材料によらないことを示している。

以上の結果をもとに、石膏とコンクリートの平均値から $a = 0.52$ と定め、ひび割れ深さと減衰指標の関係は次式で表されるとの結論を得た。

$$h = -0.52\lambda \ln F \quad (21)$$

表-3 材料ごとの表面波速度と近似係数

材料	表面波速度 (m/s)	指数近似係数 a
石膏	1450	0.522
コンクリート	2400	0.514

均質体表面（上から見た様子）

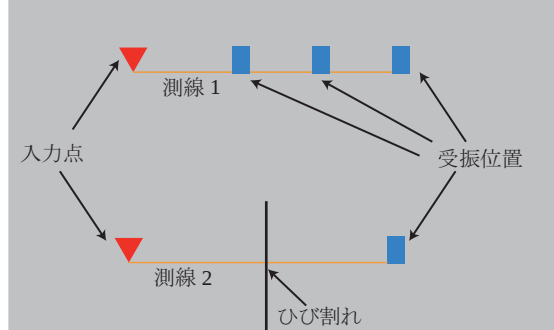


図-16 ひび割れ深さ推定のための測線の配置

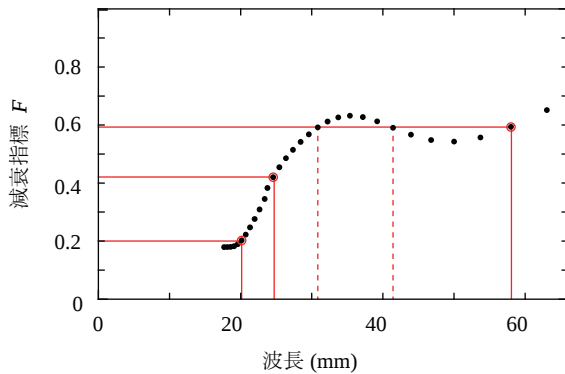


図-17 真のひび割れ深さ $h = 10$ mm のときの減衰指標 F と波長 λ

5. ひび割れ深さ推定法の提案

先に導いた減衰指標とひび割れ深さの関係式 (21) を基に、均質体の表面亀裂を対象としたひび割れ深さの推定方法を提案する。なおここでは、図-16 のような表面ひび割れが観察されることを想定している。

(1) ひび割れ深さ推定の手順

- まず、図-16 の測線 1 のようにひび割れのない健全な箇所に測線を設定して入力点と複数の受振子を配置する。入力点に衝撃を与え、受振点で得られた波形からフーリエ振幅スペクトルを求める（図-8 の健全モデル参照）。各受振点が最大振幅を示す時間と距離の関係から、ひび割れがない健全な場合の表面波速度を求めておく。
- 次に、ひび割れで散乱・回折する測線を設定して（図-16 の側線 2）、上記手順 (a) の健全箇所の側線と同じ間隔で入力点と受振子を配置する。入力

点に (a) と同様の衝撃を与えてひび割れで散乱・回折した表面波を受振し、得られた波形からフーリエ振幅スペクトルを求める（図-8 のひび割れモデル参照）。

- 手順 (a) で定めた表面波速度を用いて、（表面波速度）=（周波数 f ）×（波長 λ ）の関係から周波数を波長に変換する。
- 健全箇所でのフーリエ振幅スペクトルとひび割れ箇所でのフーリエ振幅スペクトルの比 F を縦軸に、手順 (c) で求めた波長を横軸に取り、図-17 のようなプロット図を作成する。
- 上記のプロット図の中から、任意に波長 λ と F の組み合わせ（サンプリング点） n 個を選択し、各々の組み合わせを以下の推定式 (22) に代入してその平均値をひび割れ深さの推定値とする。

$$h_i = -0.52\lambda_i \ln F_i \quad (i = 1, \dots, n)$$

$$\therefore \bar{h} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n h_i \quad (22)$$

ただし、手順 (b) において受振子の位置は、図-12 に示したようにある程度ひび割れから離れる必要がある。これまでに述べた検討結果からそれはだいたい 10cm 程度であろうと考えられるが、必要に応じて推定値が落ち着くまでひび割れから受振子までの距離を変えて上記の手順を繰り返すならば推定精度は増すと考える。

一方、手順 (e) で紹介したサンプリング点の個数 n については、得られるプロット図の形状や要求する推定精度にもよるが、プロット図全体を包括するためには少なくとも 3 点を用意することが望ましい。また、サンプリング点を選択する際には、減衰指標 F が $0.2 < F < 0.8$ 程度にあるものから選択するものとした。これは、 $F = 0$ や $F = 1$ 近傍の点を用いて推定ひび割れ深さを求めた場合、近似曲線が指数関数であることから、その近傍ではひび割れ深さ h が非現実的に大きなもの、あるいはひび割れが存在しない ($h \approx 0$) ものと評価されてしまうため、これを避けるための処置である（図-15 の減衰指標 F と h/λ の関係で、波長 λ を固定値として考えれば理解しやすい）。しかしながら、減衰指標 F の境界値を 0.2 と 0.8 とした明確な根拠や理論的な裏付けはなく、著者らの経験値によるものであり、これらの評価については今後の課題としたい。

(2) 推定法の精度検証

図-3 に示す石膏材料のひび割れモデルに対して、ひび割れ角度 $\theta = 60^\circ$ 、入力波中心周波数 $f_m = 50$ Hz とし、ひび割れ深さ $h = 5, 10, 30$ mm の 3 種類について数値解析を行った。その結果を測定結果と見なして、前項で提案した推定方法によってひび割れ深さを推定

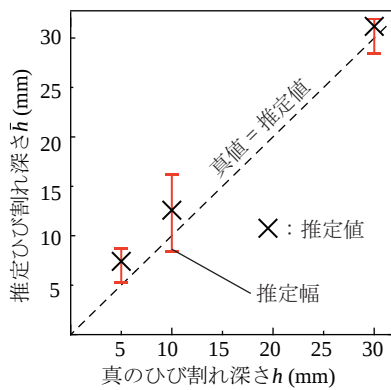


図-18 真のひび割れ深さ h と推定ひび割れ深さ $\bar{h}$ の比較

し、推定値 $\bar{h}$ が真値 h に対しどの程度の誤差で得られるかを調べた。図-17は、真値 $h = 10\text{mm}$ に対して得られた波長 λ と減衰指標 F の関係を前項の手順 (d) に従って求めたものである。続く手順 (e) の操作として、サンプリング点を選択してひび割れ深さの推定値 $\bar{h}$ を計算する。本検証例では、最も少ないサンプリング数でどの程度の誤差が生じるかを確認することも念頭においているため、敢えて $n = 3$ として検証した。サンプリング点の選択については、図-17に示すように減衰指標 F にある程度ばらつきを持たせるようにした。具体的には、この検証例では $F = 0.8$ 近傍の点がないため、 $F = 0.2, 0.4, 0.6$ 近傍の3点を選択している。ただし、 $F = 0.6$ 近傍の点については図-17の破線で例示された2点もその候補として考えられるが、ここでは波長の範囲を大きくすることを意図して、波長が最も大きな点を選択した。これは単に推定結果が局所的なものに陥らないようにするための処置である。このように複数の波長が候補として存在するのは、例えば図-13での近似において、 F と h/λ の関係が必ずしも一対一の関係ではないためである。もちろん、これらの候補点すべてを含めた合計5点 ($n = 5$) をサンプリング点に使用してもよい。ただし、このような統計学的なアプローチは、データ量を増やすことで推定する解の確かさや妥当性を増すことはできるが、サンプリング点の値によっては逆に推定精度を悪化させることもあり得る。つまり、必ずしも推定精度を保証するものではないことに注意されたい。

図-18は、このようにして各ケースにおいて得られた推定ひび割れ深さ $\bar{h}$ の推定幅を、真値 h に対して示したものである。推定幅については、それぞれのケースにおいて選択した3点のうち、それぞれ1点のみを使って推定したひび割れ $\bar{h}$ ($n = 1$) の最大および最小値を推定幅の上下端点としてプロットしたものである。推定幅の大きさを比較すると $h = 10\text{mm}$ の場合は他のケースに比べやや大きくなっているが、これは精度のぶれを示しているわけではなく、単に選択した点が大

きな上下限値を示したに過ぎない。同定したひび割れ深さの確かさについては、前述のとおりサンプリング点の数を増やすことで向上するため、本研究では式 (22) に示されるように平均値をとることを提案している。以上の経緯を踏まえて図-18を見るとわかるように、ここで得られた結果は、サンプリング点が3つと少ないものであるがいずれの場合も真値に対してよい精度で推定できているといえる。

6. 結論

本研究では、EFITを用いた数値実験を行い、得られた結果を分析して、減衰指標とひび割れ深さの関係式を定式化して、それに基づくひび割れ深さ推定法を提案した。以下に本研究で得られた知見を述べる。

- (1) ひび割れで散乱・回折する際の表面波の減衰は、ひび割れ深さと波長の相対関係で決まり、ひび割れ角度の影響は小さい。
- (2) 減衰指標 F は、ある程度ひび割れから離れた位置で受振したデータをもとに計算すれば、受振位置による影響を受けない。
- (3) ひび割れ深さ h 、減衰指標 F 、波長 λ の関係は、石膏とコンクリートという材料の違いに依らず、同じ式 $h = -0.52\lambda \ln F$ で表される。

参考文献

- 1) 魚本健人：非破壊検査の現状と今後の期待，コンクリート工学，Vol. 44, No.5, pp.8-12, 2006.
- 2) 岩波光保，大即信明，二羽淳一郎，鎌田敏郎，長瀧重義：コンクリート中における弾性波伝播挙動に関する基礎的研究，土木学会論文集，No.627/V-44, pp.223-238, 1999.
- 3) 舍川徹，安保秀範，田中雅弘，江川顕一郎，呉佳暉：新しいひび割れ深さ探査技術の開発，トンネル工学研究発表会論文・報告集，Vol.10, pp.55-62, 2000.
- 4) Chai, H. K., Momoki, S., Aggelis, D. G. and Shiotani, T.: Characterization of deep surface-opening cracks in concrete: Feasibility of impact-generated Rayleigh-waves, *ACI Materials Journal*, Vol.107, No.3, pp.305-311, 2010.
- 5) 吉田秀典，高橋恵介，堺孝司：超音波法を用いたコンクリートのひび割れ深さの同定に関する研究，土木学会論文集，No.732/V-59, pp.121-133, 2003.
- 6) 浅井佑介，岩館礼，京谷孝史，中畑和之：トンネル覆工コンクリートの弾性波試験に関する数値解析的研究，計算工学講演会論文集，Vol. 16, 2011.
- 7) 小山昭，京谷孝史，岩館礼，斎藤秀樹，鶴原敬久，曾根好徳：表面波によるトンネル覆工コンクリート健全度評価法の検討，13th Japan Symposium on Rock Mechanics & 6th Japan-Korea Joint Symposium on Rock Engineering, pp.757-762, 2013.
- 8) Fellingner, P., Marklein, R., Langenberg, K. J. and Klaholz, S.: Numerical modeling of elastic wave propagation and scattering with EFIT -elastodynamic finite integration technique, *Wave Motion*, Vol.21, pp.47-66, 1995.

- 9) Schubert, F.: Numerical time-domain modeling of linear and nonlinear ultrasonic wave propagation using finite integration techniques theory and applications, *Ultrasonics*, Vol.42, pp.221-229, 2004.
- 10) 中畑和之, 木本和志, 廣瀬壮一: 動弾性有限積分法を用いた波動伝搬解析のためのイメージベースモデリング, 計算数理工学論文集, Vol.7, No.2, pp.267-272, 2008.

(2013. 9. 19 受付)

SURFACE CRACK-DEPTH EVALUATION METHOD FOR HOMOGENEOUS BODY BASED ON NUMERICAL EXAMINATION USING EFIT

Ryosuke KASAI, Junji KATO, Kazuyuki NAKAHATA, Takashi KYOYA and Atsushi OGAWA

The present study proposes an estimation curve of crack-depth for the surface of a homogeneous body in terms of numerical simulations based on the impact elastic wave method, specifically the elastodynamic finite integration technique. A rectangular solid specimen with a specified opened crack is modeled for the numerical simulation. Giving Ricker wavelet to the specimen model, we observed the attenuation of wave passing through a prescribed surface crack on the specimen.

It was concluded from the numerical investigation that the magnitude of attenuation strongly depends on the ratio of wavelength to crack-depth, but hardly on materials used. According to these outputs, the present study formulated the estimation curve of crack-depth and proposed an entire procedure to evaluate crack-depth on the surface of homogeneous body in practical use.