Transactions of JSCES, Paper No.20140014

損傷変数を導入した結合力モデルによる多結晶金属の疲労き裂進展解析 *

An analysis of fatigue crack propagation in pollycrystalline metals using cohesive zone model with damage variable

新宅勇一[1]，村松眞由[2]，堤成一郎[3]，寺田賢二郎[4]，京谷孝史[1]，加藤準治[4]，森口周二[4]

Yuichi SHINTAKU, Mayu MURAMATSU, Seiichiro TSUTSUMI, Kenjiro TERADA,

Takashi KYOYA, Junji KATO and Shuji MORIGUCHI

[1] 東北大学大学院工学研究科 (〒980-8579 宮城県仙台市青葉区荒巻字青葉 6-6-11-1302)

[2] 東北大学大学院環境科学研究科 (〒980-8579 宮城県仙台市青葉区荒巻字青葉 6-6-11-1302)

[3] 大阪大学接合科学研究所 (〒567-0047 大阪府茨木市美穂ヶ丘 11-1)

[4] 東北大学災害科学国際研究所 (〒980-8579 宮城県仙台市青葉区荒巻字青葉 6-6-11-1302)

The objective of this study is to develop a new cohesive zone model to simulate transgranular fatigue crack propagation in polycrystalline meso-scale structures of metals. The proposed model is a combination of the interatomic potential-based cohesive crack model, which is derived from the universal binding energy relation, and the thermodynamics-based damage model, which realizes the stiffness reduction of the cohesive zone subjected to cyclic loading. To reflect the crystallographic slip behavior in cohesive cracking, we employ the standard crystal plasticity model. After the mesh-size dependency is examined, material parameters of the present model are determined with reference to a specific Paris law. Several representative numerical examples are presented to demonstrate the performance of the proposed model especially in reproducing the transgranular crack propagation with nucleation of micro-cracks under constant amplitude loading condition, and the delay of fatigue crack propagation caused by overloading.

Key Words: Cohesive Zone Model, Damage Model, Crack Propagation Analysis, Fatigue Fracture, Crystal Plasticity Model

1. 緒　言

社会生活における安全性確保のため，原子力発電所や長大橋などの大型構造物から電気・電子デバイスなどの小型部品に至るまで，様々な構造物の長期耐久性の予測は必須である．また，産業構造物の耐久性を正確に予測できれば，メンテナンス時期や製品の市場投入時期の目安となり，経済活動を効率的に行うことが可能となる．長期耐久性寿命は繰り返し荷重に強く影響されることが知られており，その過程の中で材料が疲労し，破壊に至るケースが数多く報告されている．疲労破壊は古くから多くの研究が行われてきたが，未だにそのメカニズムは十分に解明されているとは言えず，疲労寿命の予測には Paris 則 [1] などの経験則が用いられている．しかしながら，Paris 則は小規模降伏条件における一定振幅荷重下の疲労寿命を精度よく予測できるが [2, 3]，大規模塑性 [4, 5]，変動振幅荷重，き裂閉口 [6]，微小き裂 [7] などに対しては適用限界が指摘されている．特に変動荷重下の疲労寿命は荷重履歴に依存し，き裂閉口はき裂先端の鈍化によって挙動が変化すると言われている．また，微小き裂は結晶のすべり変形が影響し，大規模塑性も含め，これらの問題はいずれも塑性変形が大きく関わる．Paris 則はその影響を無視しているために，物理現象が十分に捉えられていないと考えられる．つまり，上述のような適用限界を克服するには，塑性変形を考慮して破壊を評価する必要がある．

連続体損傷モデル [8, 9] は，塑性変形に伴う微小ボイドや微小き裂の発生と成長による力学特性の低下を表現するために，損傷変数を材料モデルに導入している．しかし，高サイクル疲労破壊のように巨視的には塑性変形がほとんど生じない場合，このような損傷モデルをそのまま適用することは難しい．そこで，Lemiatre[10] は微視スケールにおける介在物により局所的な塑性変形が発生すると考え，セルフコンシステント理論を用いて微視スケールの塑性を考慮することで，連続体損

* 原稿受付 2014 年 06 月 26 日, 改訂年月日 2014 年 09 月 16 日, 発行年月日 2014 年 10 月 10 日.
Manuscript received, June 26, 2014; final revision, September 16, 2014; published, October 10, 2014.

傷モデルを高サイクル疲労破壊に適用している．ただし，介在物について具体的な記述はなく，どのような介在物を対象としているか定かではない．しかし，ミクロ構造の局所的な塑性変形が疲労破壊に影響しているのであれば，結晶粒界における局所的な応力集中や結晶のすべり変形を考慮すべきである．そこで，本研究では疲労破壊の基点となる結晶スケールの現象を考慮するために，材料モデルとして結晶塑性モデルを採用する．

一方，連続体損傷モデルでは，要素の剛性を減少，消失させることでき裂進展に伴う新たなき裂面の形成を表現する．そのため，疲労破壊ではしばしば問題となるき裂閉口時におけるき裂面同士の接触を厳密に評価できない．また，質量保存が成り立たないことに加えて，要素を非常に細かくしなくてはならず，計算コストが膨大になる恐れがある．これに対して，破壊力学を基礎とし，き裂形成に伴う材料内部の応力が解放される過程をモデル化した結合力モデルはき裂進展解析ではしばしば用いられている．結合力モデルはき裂の発生箇所を予め想定する必要があるので，広範囲に適用しなくてはならない．しかし，要素をそれほど細分化する必要はないため，損傷モデルを用いるよりは計算コストが大きくなることはない．また，き裂面を幾何学的に厳密に表現できるため，き裂面の接触を正確に考慮することが可能であり，質量保存も満足される．以上のことから，本研究では結晶塑性モデルに加えて結合力モデルを用いることで，結晶スケールにおけるき裂進展解析を行うことにする．

結合力モデルは幅広い分野において，多くのモデルが提案されてきたが，それらの大半は現象論的なモデルである．これに対して，Rice らによって提案された結合力モデル [11] は，原子間の結合を表す一般化結合エネルギーの関係（Universal Binding Energy Relation: UBER）[12] に基づいた物理的な根拠のあるモデルである．このモデルは Rice[11, 13]， Needleman[14] や Ortiz ら [15] を中心として改良が加えられ，単調引張荷重下の破壊問題において現在もっともよく用いられるモデルの 1 つとなっている．その一方で，疲労破壊に結合力モデルを用いた先駆的な研究として，Andres ら [16] の負荷·除荷過程の違いを考慮したモデルが挙げられる．このモデルは一定振幅荷重問題に対しては有効であるが，変動振幅荷重問題に対しては結合力モデルにおける剛性の低下を考慮していないために，モデルとして不十分であることが指摘されている [17]．本来，材料に繰り返し荷重が加わった場合には，内部に微小き裂やボイドなどが生じることで疲労破壊に至ることが知られている．これによって材料の剛性が低下するので，結合力モデルでは荷重の負荷·除荷過程に加えて，再負荷過程における剛性の低下を考慮する必要がある．近年ではこのような履歴依存型のモデルが盛んに研究されており，Ngyuen ら [18] は現象論的に剛性が低下するモデルを提案している．これに対して，Bouvard ら [19] は熱力学に基づき損傷の発展則を結合力モデルに導入する定式化を提案している．しかし，この損傷変数を導入した結合力モデル自体が現象論的なモデルであり，原子間の結合エネルギーのような物理的根拠がない．

そこで，本研究では，Rice らが提案した原子間の結合関係に基づくモデルを拡張して，熱力学理論に基づき損傷の発展則を導入した新しい結合力モデルを提案する．材料モデルには結晶スケールの現象を表現可能な結晶塑性モデルを用いる．また，Ngyuen ら [18] や Bouvard ら [19] は過大荷重に伴う疲労き裂解析を微小変形問題として扱っている．しかし，過大荷重によりき裂先端が鈍化することを踏まえると，微小変形を仮定しない方が適切であると考えられる [20] ので，本研究では有限変形問題とし，陰解法による収束計算に基づく解析を実施する．まず，結合力モデルの定式化を示した後に，多結晶金属における疲労き裂進展解析を行って，その性能を検証する．さらに，単調引張荷重下のき裂進展問題，一定振幅荷重下の疲労き裂進展問題および過大荷重載荷による疲労き裂進展の遅延効果について解析を行い，それぞれの結果を考察する．

2. 結合力モデル

2.1　第一原理に基づく結合力モデル　結合力モデルは，1 つの連続体が 2 つないしは複数の連続体に分離する過程において，新たな表面の形成に伴う材料内部の応力が解放される過程をモデル化している．この応力が解放される過程は，分離した 2 つ面の垂直間距離 $\boldsymbol{\delta}_{\mathrm{n}}$ に応じて，それらの面に働く結合力 $\boldsymbol{\sigma}_{\mathrm{n}}$ によって決まる．$\boldsymbol{\delta}_{\mathrm{n}}$ と $\boldsymbol{\sigma}_{\mathrm{n}}$ の関係は結合力モデルの種類によって異なるが，本研究では，Rice ら [11] が提案した UBER に基づくモデルを用いることとする．UBER は，多数の原子に対する第一原理計算の結果から求められた，原子の種類に依らない原子間の結合関係である [12]．これにより，モデル化された結合ポテンシャル Ψ と結合力 $\boldsymbol{\sigma}_{\mathrm{n}}$ はそれぞれ次式のように表される．

$$\Psi = A\boldsymbol{\delta}_{\mathrm{n,c}}\left[1-\left(1+\frac{\boldsymbol{\delta}_{\mathrm{n}}}{\boldsymbol{\delta}_{\mathrm{n,c}}}\right)\exp\left(-\frac{\boldsymbol{\delta}_{\mathrm{n}}}{\boldsymbol{\delta}_{\mathrm{n,c}}}\right)\right] \tag{1}$$

$$\boldsymbol{\sigma}_{\mathrm{n}} = \frac{\partial\Psi}{\partial\boldsymbol{\delta}_{\mathrm{n}}} = A\left(\frac{\boldsymbol{\delta}_{\mathrm{n}}}{\boldsymbol{\delta}_{\mathrm{n,c}}}\right)\exp\left(-\frac{\boldsymbol{\delta}_{\mathrm{n}}}{\boldsymbol{\delta}_{\mathrm{n,c}}}\right) \tag{2}$$

ここで，A は材料パラメータであり，$\boldsymbol{\delta}_{\mathrm{n,c}}$ は結合力が最大となるときの $\boldsymbol{\delta}_{\mathrm{n}}$ である．この結合力の最大値は自然対数 e の底を用いて次のように表現される．

$$\boldsymbol{\sigma}_{\mathrm{n,c}} = A\mathrm{e}^{-1} \tag{3}$$

また，破壊に要するエネルギーは臨界エネルギー解放率と等しく，式 (2) を積分し，

$$G_{\mathrm{Ic}} = \int_0^\infty \boldsymbol{\sigma}_{\mathrm{n}} d\boldsymbol{\delta}_{\mathrm{n}} = A\boldsymbol{\delta}_{\mathrm{n,c}} = \mathrm{e}\boldsymbol{\sigma}_{\mathrm{n,c}}\boldsymbol{\delta}_{\mathrm{n,c}} \tag{4}$$

となる．この結合力モデルは Fig.1 のようになり，連続体内部に作用している応力が臨界値 $\boldsymbol{\sigma}_{\mathrm{n,c}}$ に達すると，材料内部の応力が徐々に解放され，新たなき裂面が形

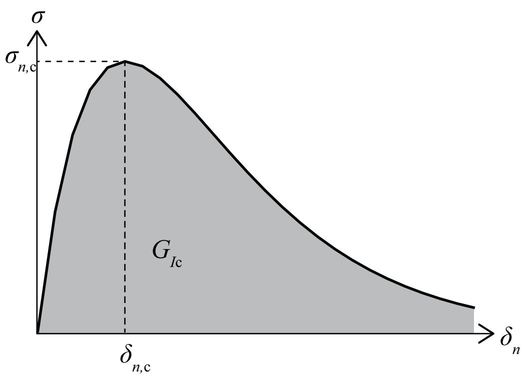


Fig.1　Relationship between cohesive traction and separation distance

成される．また，き裂先端は応力集中部と考えられるので，既往の研究 (19, 21) ではき裂面の結合力が $\boldsymbol{\sigma}_{\mathrm{n,c}}$ に達した箇所をき裂先端と定義しており，本研究でも同様とする．

2.2　損傷モデルの導入　脆性破壊は粒内劈開で破壊するのに対して，延性金属は介在物や第 2 相粒子にできたボイドが合体することで破壊に至る．また，疲労破壊では結晶すべりに伴い，材料内部に微小き裂やボイドなどが発生し，成長することで破壊に至ることが知られている (22)．しかし，Rice らの提案したモデルは原子同士が分離することで破壊に至るへき開破壊を対象としており，上述のように材料内部に生じた微小き裂やボイドによる剛性の低下は考慮されていない．そこで，本研究では材料内部が損傷することによる非弾性挙動を表現するために，熱力学的な方法 (19) に基づき損傷変数 D を新たに導入する．したがって，D は材料内部におけるボイドや微小き裂を表現する変数である．結合ポテンシャル Ψ と結合力はそれぞれ次式で表される．

$$\Psi = (1-D)G_{\mathrm{Ic}}\left[1-\left(1+\frac{\delta_{\mathrm{n}}}{\delta_{\mathrm{n,c}}}\right)\exp\left(-\frac{\delta_{\mathrm{n}}}{\delta_{\mathrm{n,c}}}\right)\right] \tag{5}$$

$$\boldsymbol{\sigma}_{\mathrm{n}} = \frac{\partial\Psi}{\partial\boldsymbol{\delta}_{\mathrm{n}}} = (1-D)\frac{G_{\mathrm{Ic}}}{\delta_{\mathrm{n,c}}}\left(\frac{\boldsymbol{\delta}}{\delta_{\mathrm{n,c}}}\right)\exp\left(-\frac{\delta}{\delta_{\mathrm{n,c}}}\right) \tag{6}$$

損傷変数と同伴な熱力学的力 Y は，物理的には損傷による結合ポテンシャルの解放率を意味し，次式のように表される．

$$Y = -\frac{\partial\Psi}{\partial D} = G_{\mathrm{Ic}}\left[1-\left(1+\frac{\delta_{\mathrm{n}}}{\delta_{\mathrm{n,c}}}\right)\exp\left(-\frac{\delta_{\mathrm{n}}}{\delta_{\mathrm{n,c}}}\right)\right] \tag{7}$$

前述のように，疲労破壊に至る過程には結晶のすべり変形に起因した損傷が進行するため，損傷変数の発展方程式としては材料の塑性履歴が考慮されるべきであるが，本研究では簡単のため，Bouvard ら (19) が提案した次式を採用する．

$$\dot{D} = C(1-D)^m\langle\sqrt{Y}-\sqrt{Y_{\mathrm{th}}}\rangle^n\left\|\frac{\dot{\boldsymbol{\delta}}_{\mathrm{n}}}{\boldsymbol{\delta}_{\mathrm{n,c}}}\right\| \quad (\text{if} \quad \dot{Y}\geq 0) \tag{8}$$

$$\dot{D} = 0 \qquad (\text{otherwise}) \tag{9}$$

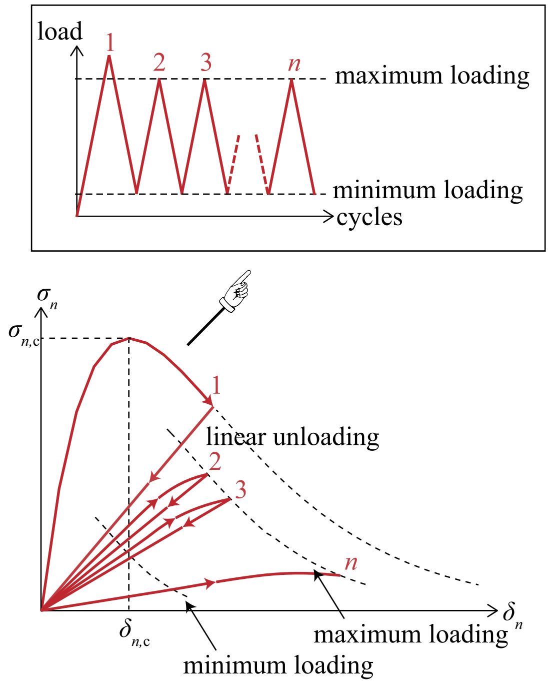


Fig.2　Cohesive zone model considering damage accumulation

ここで，C, m および n はそれぞれ材料定数であり，n 乗の因数部により損傷が発生し，その損傷が m 乗の因数部により進展する．また，$\langle\bullet\rangle$ は Macauley 括弧を表し，Y_{th} は損傷が生じる臨界値であり，この値を超えると損傷が生じる．ただし，今回は簡単のため $Y_{\mathrm{th}} = 0.0$ としている．以上のように損傷変数を導入することで，Fig.2 の赤い実線のように繰り返し載荷によって結合力モデルの剛性が徐々に低くなることで，疲労によって生じるプロセスゾーンの過程をモデル化している．

上述のように新たな結合力モデルの提案を行ったが，有限要素法への導入に際しては既往の研究と同様に実施している．その詳細については参考文献 (15, 16) に記されているので，ここでは省略する．

3. 提案モデルの基礎的検討

3.1　修正バウンダリーレイヤー解析　本章では提案した結合力モデルの要素サイズ依存性および損傷パラメータについて検討を行う．

多くの場合，高サイクル疲労の実験値は，Paris 則により応力拡大係数とき裂進展速度の関係として整理されている．本研究では，これらに関する結合力モデルの解析結果と実験結果との比較を通じて，考察を深める．しかし，弾塑性解析では線形破壊力学パラメータである応力拡大係数を求められないので，応力拡大係数に基づく変位場をき裂先端近傍に付加する修正バウンダリーレイヤー解析 (Modified Boundary Layer Analysis: MBLA) を行って，結合力モデルのパラメータについて検討する．

MBLA ではき裂先端近傍の円形領域周辺（Fig.3 灰色

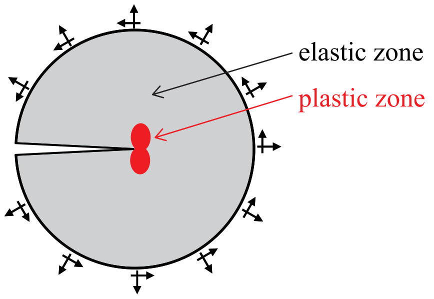


Fig.3 Analysis model of elastic zone including plastic zone for MBLA

の領域）に，き裂先端の漸近解に基づく変位場 u_x および u_z を付加する．これは応力拡大係数を用いて次式のように表される．

$$u_x = \frac{K_{\mathrm{I}}}{2\overline{G}}\sqrt{\frac{r}{2\pi}}\cos\left(\frac{\theta}{2}\right)\left[\frac{3-\overline{\nu}}{1+\overline{\nu}} - 1 + 2\sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right)\right] \quad (10)$$

$$u_z = \frac{K_I}{2\overline{G}}\sqrt{\frac{r}{2\pi}}\sin\left(\frac{\theta}{2}\right)\left[\frac{3-\overline{\nu}}{1+\overline{\nu}} + 1 - 2\cos^2\left(\frac{\theta}{2}\right)\right] \quad (11)$$

ここで，$K_{\mathrm{I}}, r, \theta$ および $\overline{G}$ はそれぞれモード I の応力拡大係数，き裂先端から境界までの距離，き裂先端からの角度およびマクロせん断弾性係数である．また，マクロせん断弾性係数 $\overline{G}$ はマクロ弾性係数 $\overline{E}$ およびポアソン比 $\overline{\nu}$ により次式のように表される．

$$\overline{G} = \frac{\overline{E}}{2(1-\overline{\nu})} \quad (12)$$

ただし，これらの材料パラメータは結晶塑性レベルのミクロスケールではなく，マクロスケールのパラメータである．したがって，これらのマクロ材料パラメータは，後述する均質化法に基づく数値材料試験によって同定する．

き裂進展解析に際しては応力拡大係数の変化は無視するものと仮定する．ただし，実験的に Paris 則を求める際にはビーチマークの間隔などからき裂進展速度を算出する．このため，応力拡大係数やき裂進展速度の変化は考慮されておらず平均的な値となっており，実験的にもこの仮定がなされているもの考えられる．また，き裂先端ける漸近解は弾性論に基づくため，塑性域 (図中赤色の領域) はこの変位場を付加した領域内に含まれている必要がある. そこで，Irwin の推定法[23] に基づき塑性域寸法 r_{YS} を次式のように見積もる．

$$r_{\mathrm{YS}} = \frac{1}{2\pi}\left(\frac{K_{\mathrm{I}}}{\overline{\sigma}_{\mathrm{YS}}}\right)^2 \quad (13)$$

ここで，$\overline{\sigma}_{\mathrm{YS}}$ はマクロ降伏応力である．以下の解析はこの塑性域寸法よりも大きい領域で行っている．

3.2 マクロ均質化材料パラメータの同定 多結晶金属は，微視的にはその結晶粒 1 つの変形は異方性塑性挙動となるが，巨視的には等方的な挙動となる．き裂先端の漸近解や Irwin の推定法はともに巨視的な等方均質体を仮定しており，マクロ材料パラメータ $\overline{E}, \overline{\nu}$ および $\overline{\sigma}_{\mathrm{YS}}$ を用いて式 (10)〜(13) のように表される．本研究では結晶塑性解析を行うので，均質体を仮定したき裂先端の漸近解や Irwin の推定法におけるマクロ材料パラメータを同定する必要がある．この同定のために，複数の結晶粒からなるユニットセルに対して，均質化法に基づく数値材料試験を実施することとする．数値材料試験の詳細については参考文献[24] に記されているので，ここでは省略する．

解析対象としたユニットセルは Fig.4 のような 16 個の結晶粒からなり，各結晶粒の形状は六角形とする．その各結晶粒はすべり系の数が 12 個の面心立方格子（FCC）であり，それぞれの結晶方位は乱数を発生させて与えている．本解析モデルは 8 節点 6 面体要素で構成されており，ロッキング回避するために次数低減積分法を用いる．奥行き方向は結晶粒の形状が変化しないものとして，奥行き方向に 4 要素から構成される擬似 3 次元モデルとする．ただし，予備検討として要素分割を Fig. 4 の要素分割を各方向にさらに 2 分割したモデルについて行い，解析結果が十分に収束していることを確認している．このことから，このユニットセルに基づく以降の解析モデルにおいても要素分割は十分であると判断した．また，各結晶粒の弾性係数は次式のように与える．

$$[\mathbb{C}] = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{11} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{12} & C_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{44} \end{bmatrix} \quad (14)$$

$$C_{11} = 142300, \quad C_{12} = 124100, \quad C_{44} = 95240$$

また，結晶のすべり変形に関するパラメータは Table 1 に示す値を用いる[25]．マクロ均質化構成モデルは，一般的な金属塑性解析で用いられる次式のような Mises の降伏条件，および Voce 型非線形塑性硬化モデルとする．

$$\overline{\phi} = \sqrt{\frac{3}{2}\mathrm{dev}[\overline{\sigma}] : \mathrm{dev}[\overline{\sigma}]} - \overline{\sigma}_{\mathrm{YS}} - q \quad (15)$$

$$q = H\alpha + (\sigma_\infty - \overline{\sigma}_{\mathrm{YS}})(1 - \exp[-A\alpha]) \quad (16)$$

ここで，α は塑性履歴パラメータ，$\overline{\sigma}_{\mathrm{YS}}$ はマクロ降伏応力，$\overline{H}$，$\overline{\sigma}_\infty$ および $\overline{A}$ は塑性硬化に関する材料パラメータである．以上のモデルに基づいて，数値材料試験を行うことで，ミクロ解析結果を体積平均した応力ひずみ曲線を再現するマクロ材料パラメータを求める．

まず，ユニットセルに対して x 軸および z 軸方向にマクロひずみを与えた結果はそれぞれ Fig.5 の赤および青のプロットのようになる．これら 2 つの応力ひずみ曲線はおおよそ一致しているが，降伏点付近で若干ずれているため，Fig.5 の実線のように応力ひずみ曲線がマクロひずみを与えた際の 2 つの曲線の中間になるようにマクロ材料パラメータを決定する．この時のマクロ材料パラメータの値を Table 2 に示す.

Table 1　Material parameters for crystallographic slip[25]

h_0	τ_s	τ_0	q	$\dot{a}$	n^v
220	300 MPa	93 MPa	1	0.001	30

Table 2　Macroscopic material parameters

$\overline{E}$	$\overline{\nu}$	$\overline{\sigma}_{YS}$
110 GPa	0.3	175 MPa
$\overline{H}$	$\overline{\sigma}_\infty$	$\overline{A}$
13 GPa	90 MPa	3500

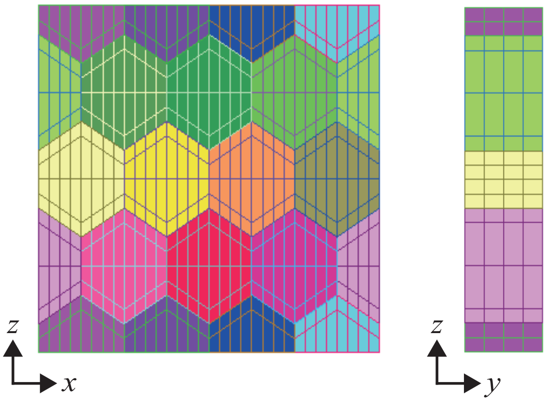


Fig.4　Numerial model of unit cell

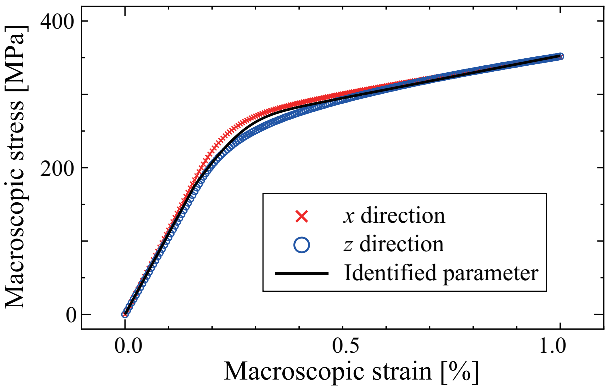
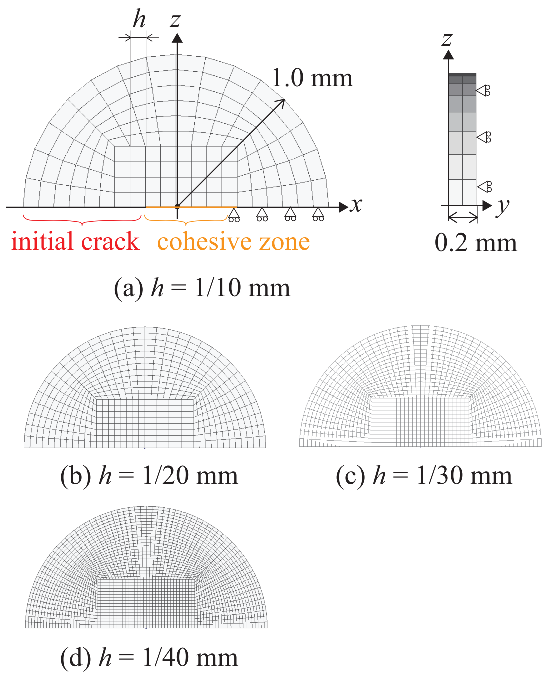


Fig.5　Parameter identification of macroscopic material from polycrystal

3.3　要素サイズ依存性の検討　Fig.6 に示すような半円形の解析モデルを用いて，要素サイズの依存性について検討する．弾性材料パラメータは E = 206 GPa, ν = 0.3 とし，結晶塑性パラメータは Table 1 に示す値を用いる．結晶方位は (100) が z 軸と垂直になるようにしている．また，疲労き裂は劈開破壊のように結晶粒界から割れることもあるが，多くの場合には結晶粒内を進展することが知られている[26]．一方，き裂進展は結晶方位に大きく影響を受けるが，本研究では簡単のためにき裂は応力の作用方向と垂直に結晶粒内を進展すると仮定し，結合力モデルを Fig.6 に示すようにき裂先端方向から直線的に配置する．結合力モデルの各パラメータは G_{Ic}=4860.0 kJ/m^2, $\delta_{n,c}$ = 1.0 × 10^{-2} mm, C = 100, m = 1.0, n = 0.1, および Y_{th} = 0.0 を仮定する．Fig.6 のき裂先端近傍の要素サイズ h を 1/10 mm，1/20 mm，1/30 mm および 1/40 mm とした計 4 種類である．結合力はき裂面上における面内の各方向に 6 点の計 36 点の積分点から表面積分することで算出し，以降の解析でも同じ数の積分点を用いる．応力拡大係数は K_I=100 MPa · m$^{1/2}$ および応力比は R = 0.0 とする．き裂先端は応力集中部と考えられるので，き裂面の結合力が最大となっている箇所をき裂先端と定義する．

以上の条件で数値解析を行った結果，き裂が進展した距離とそれに要するサイクル数の関係は Fig.7 のようになる．さらに，き裂進展速度をこのグラフの中央部における接線として計算すると，Table 3 のようになる．この Table 3 から h = 1/30 mm および h = 1/40 mm のき裂進展速度は完全に一致しており，要素サイズを十分に細かく分割することで，要素サイズ依存性がなくなることが確認できる．したがって，以降の解析では h = 1/30 mm 以下の要素サイズを用いることとする．



(a) h = 1/10 mm

(b) h = 1/20 mm　(c) h = 1/30 mm

(d) h = 1/40 mm

Fig.6　Numerical model of MBLA for study of dependence on mesh size

Table 3　Crack growth rate

Mesh size h	1/10	1/20	1/30	1/40
Crack growth rate	145.0	134.0	128.6	128.6

3.4　損傷パラメータの検討　まず結合力モデルに

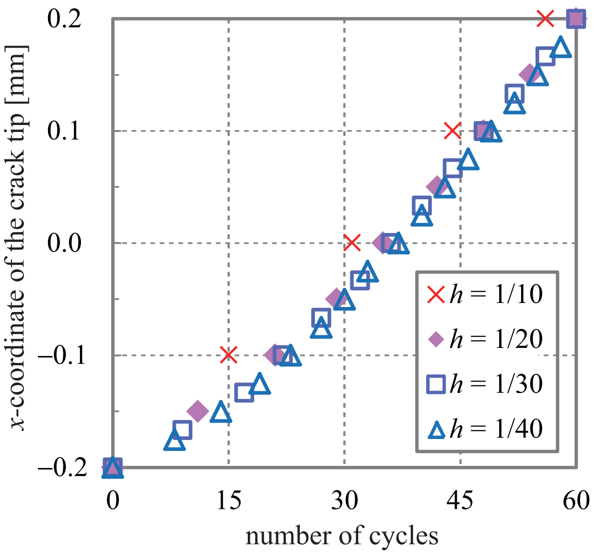


Fig.7 Dependent on mesh size

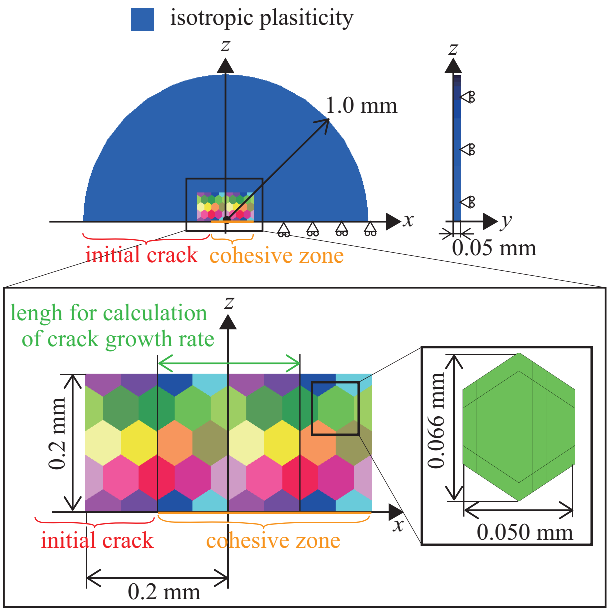


Fig. 8 Numerical model for MBLA due to parameter identification of cohesive zone model

における疲労損傷以外のパラメータは Table 4 の G_{Ic}，$\delta_{n,c}$ とする[(5)]．3.2 節で用いたユニットセルを Fig.8 に示すようにき裂先端の前後に 2 個配置し，き裂がそのユニットセル 1 個分を進展するように結合力モデルを設定する．解析に用いるき裂先端近傍の要素サイズは 6.25 μm であり，結晶粒径は縦幅 66 μm および横幅 50 μm とする．き裂先端に配置した多結晶体以外の領域は式 (15) および式 (16) の等方塑性モデルとし，式 (10) および式 (11) で表される任意の応力拡大係数に基づく変位場を与える．

多結晶粒内部をき裂が進展する場合，その進展速度は結晶粒毎に異なるため，本節では，後述する 3 パターンのき裂進展速度について，次式の Paris 則と比較し，結合力モデルのパラメータについて検討した．

$$\frac{da}{dN} = C\Delta K^{m} \tag{17}$$

日本機械学会の原子力維持規格[(28)]によれば，C および m は PWR 一次系の配管および炉水構造物用オーステナイト系ステンレス鋼は次式で表されるので，本研究では参照値としてこれを用いる．

$$C = \frac{4.35\times10^{-13}T_c^{0.63}t_r^{0.33}}{(1-R)^{1.56}} \tag{18}$$

$$m = 3.0 \tag{19}$$

ここで，T_c = 30 °C, t_r = 1000 および R = 0.1 と仮定する．応力拡大係数範囲 ΔK が 54 MPa·m$^{1/2}$, 63 MPa·m$^{1/2}$, 72 MPa·m$^{1/2}$, 81 MPa·m$^{1/2}$ および 90 MPa·m$^{1/2}$ の 5 ケースについて解析を行う．式 (13) よりその塑性域寸法 r_{YS} は 0.109 mm, 0.127 mm, 0.145 mm, 0.164 mm および 0.182 mm となるので，Fig.8 に示す塑性域は結晶塑性モデルを配置した内部であるとわかる．

Fig.9 に ΔK = 63 MPa·m$^{1/2}$ におけるサイクル数とき裂先端の位置の関係を示す．この図より，各結晶粒内のき裂進展速度はほぼ一定であるが，その値は粒毎に異なることがわかる．さらに，き裂が粒界を挟んで隣の粒へ突入する際の進展速度はさらに大きく変動していることがわかる．本現象に関しては，隣接する結晶粒同士の方位差や粒界の特性と関係があることが実験的に指摘されている[(29, 30)]が，今後さらなる考察が必要である．この図の結晶粒内における進展速度を接線から算出し，最大値および最小値を応力拡大係数範囲毎に求める．これら 2 つの値に加えて，ユニットセル 1 個分の領域（Fig.8 の緑矢印）をき裂が完全に通過するまでのサイクル数を求め，得られたサイクル数でこの領域の長さを除することで平均的なき裂進展速度を算定する．これら 3 つの進展速度，および式 (19) を Fig.10 に示す．破線はそれぞれ同色のプロットに関して式 (17) の指数関数で近似した線である．この図より，参照値である式 (17) は平均速度の傾きが一致していないが，結晶粒内におけるき裂進展速度の最大値および最小値の間に収まっている．このことから，本節の解析において用いた結合力モデルのパラメータ（Table 4）は概ね良好な値であると考え，以降の数値解析例ではこのパラメータを用いることとする．

Table4 Cohesive parameters

G_{Ic}[(27)]	$\delta_{n,c}$	C	m	n
502.0 kJ/m^2	1.0×10^{-3} mm	180	1.50	0.01

4. 数値解析例

4.1 提案モデルを用いた単調引張荷重下および一定振幅荷重下の破壊挙動 上述の本結合力モデル

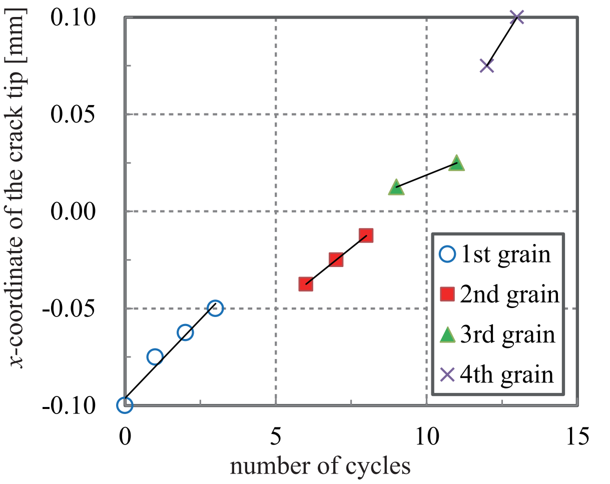


Fig. 9　Crack growth rate in each grain under ΔK = 63 MPa · m$^{1/2}$

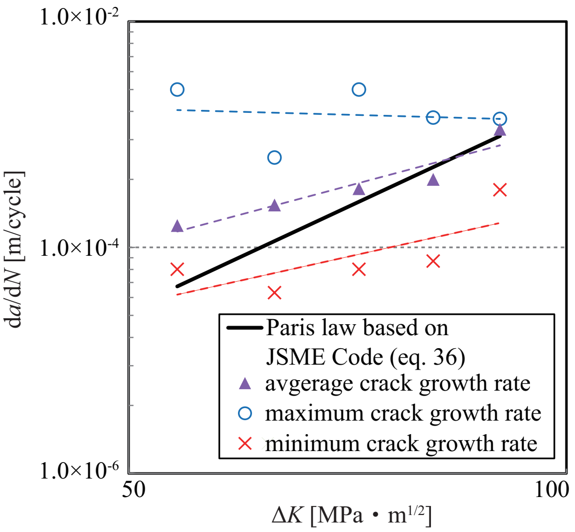


Fig.10　Prameter identification of fatigue damage

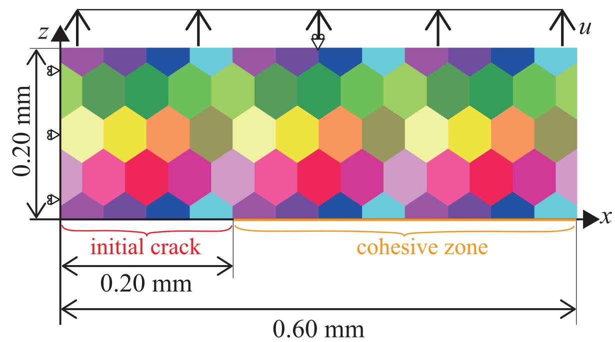


Fig.11　Numerical model consisted of 50 μm grains

は疲労破壊を想定したものであるが，単調引張荷重下のき裂伝播問題に適用し，一定振幅荷重下の解析結果と比較する．解析モデルはともに Fig.11 に示すように Fig.4 のユニットセルを 3 個並べた縦 0.20 mm および横 0.60 mm の領域とし，初期き裂は 0.20 mm とする．このモデルの上端面を z 方向に強制変位を加え，単調引張荷重下のき裂伝播問題および一定振幅荷重解析を行う．単調引張荷重下のき裂伝播問題は引張ひずみ 1.5 % になるような強制変位とし，一定振幅荷重は Fig.12 の破線で示すように，最大引張ひずみ 0.25 %，最小引張ひずみ 0.025 % の応力比 0.1 とする．

単調引張荷重下における 300 step 時の引張方向の応力，蓄積すべり量および損傷値の分布を Fig.13 に下端面に鏡面対称として示す．ただし，図中の白文字は初期き裂先端から何番目の結晶粒かを示している．Fig.13 のように応力はき裂先端部に集中しており，主き裂に先行して微小き裂が発生することなく，主き裂が進展する．次に，Fig.14 に示す各ステップでのき裂進展量をみると，結晶粒毎にき裂が進展する速度が異なっていることがわかる．これは結晶方位によって応力状態が異なることに加え，Fig.13 に示すように 3 番目と 4 番目の間の結晶粒界近傍に結晶のすべり変形が生じることで，き裂進展速度が変化するためである．

次に，一定振幅荷重下における 1 サイクル時の引張方向の応力分布図を Fig.15 に，16 サイクル時の引張方向の応力，蓄積すべり量および損傷値の分布を Fig.16 に下端面について鏡面対称として示す．Fig.16 より 16 サイクル時において主き裂に先行して，副次的な微小き裂が発生していることがわかる．また，き裂先端から 3 個目までの結晶粒の中心の要素におけるそれぞれの損傷値を Fig.17 に示す．損傷値は Fig.17 のように階段状に変化しており，除荷時には損傷は変化せず，再載荷時のみ増加している様子が確認できる．2 番目と 3 番目の結晶粒を比較すると，1 サイクル時から 3 番目の結晶粒における損傷値の方が大きくなっている．これは結晶方位の不均一性によって，3 番目の結晶粒において応力が高くなるためである（Fig.15）．これによって損傷の進行が速くなり，副次的な微小き裂が主き裂に先行して発生している．

以上から，単調引張荷重下ではき裂先端に応力が集中することで，先端部のみで損傷が進行し，主き裂が進展する．また，一定振幅荷重下では，結晶粒の不均一性によって応力の高い箇所で，主き裂に先行して微小き裂が発生する．

4.2　過大荷重による疲労き裂の遅延効果　Paris 則が適用できない過大荷重が加わった際のき裂進展について解析を行う．解析対象は前節と同様のモデル（Fig.11）とし，前節の一定振幅荷重下の解析結果と比較する．Fig.12 における赤色の実線に示すように，最初のサイクルに与える最大引張ひずみは一定振幅荷重の 2 倍の値とし，その後の繰り返し引張ひずみは一定振幅荷重と同じ値とする．

まず，過大荷重を加えた場合の 2 サイクルまでの初期き裂先端から 2 番目の要素における引張方向の応力と蓄積すべり量の推移を Fig.18 に示す．この要素は 2 サイクル終了時にはき裂先端に接する要素である．Fig.18 より，載荷時に増加した応力は，除荷時に減少し，最

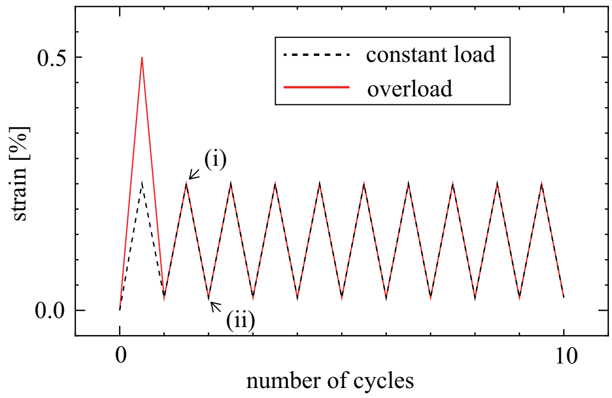


Fig.12 Loading conditions with and without over load

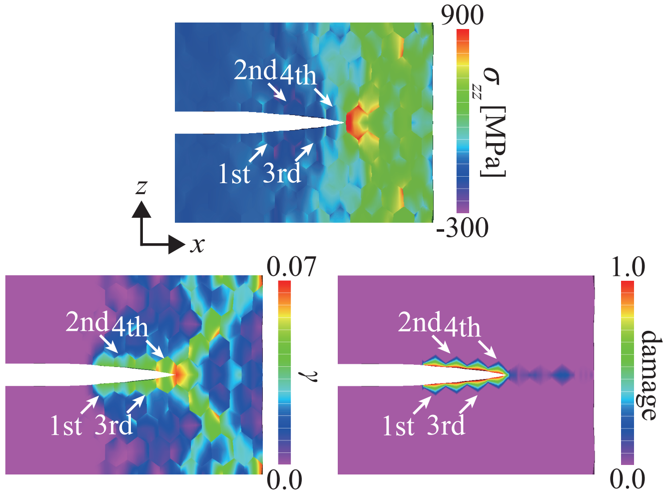


Fig.13 Distributions of stress in the loading direction, total amount of slip, and damage at 300 step

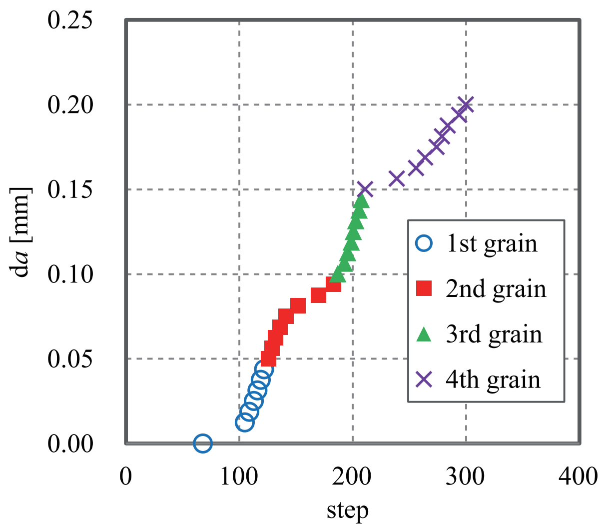


Fig.14 Crack growth rates in each grain under the constant load condition

終的に圧縮側に達している．また，蓄積すべり量は載荷時に増加し，除荷時で一定となった後に，圧縮応力が作用することで再度増加している．しかし，2サイ

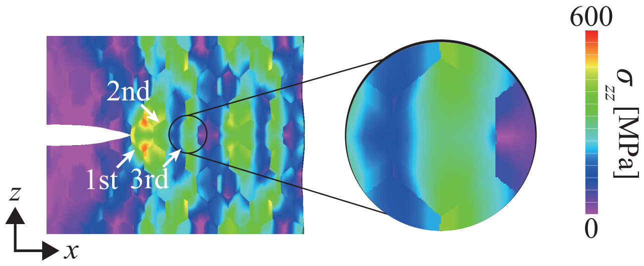


Fig.15 Distribution of stress in the loading direction at 1st cycle

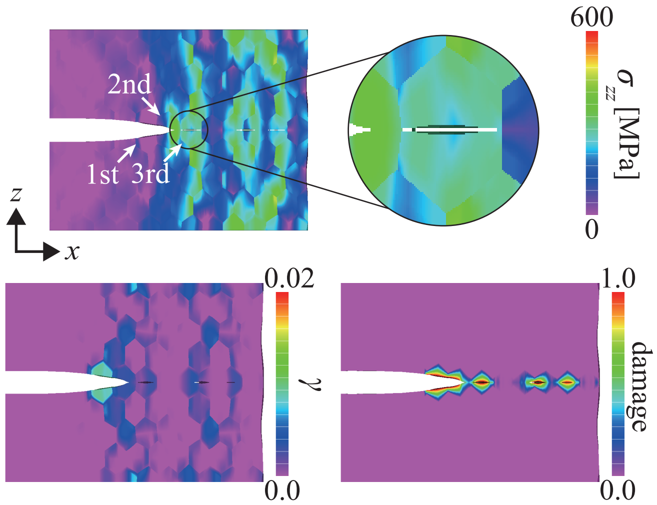


Fig.16 Distributions of stress in the loading direction, total amount of slip, and damage at 16th cycle

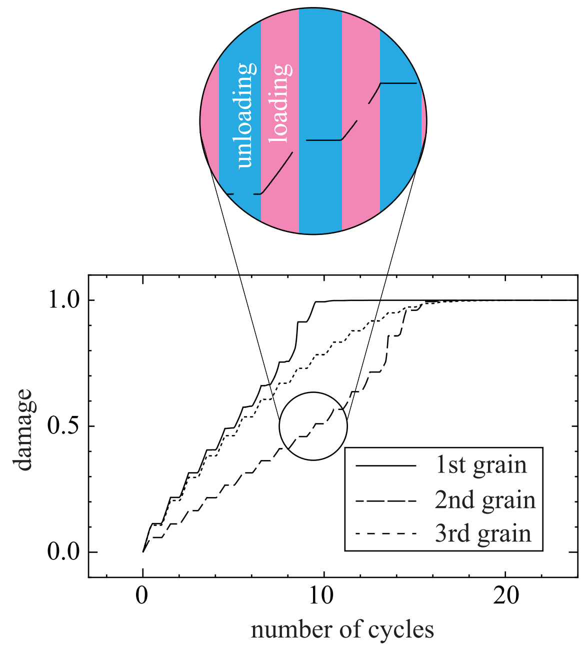


Fig.17 Accumulations of damage in the 1st, 2nd and 3rd grains

クル以降では蓄積すべり量はほとんど変化せず，一定のままであることがわかる．

過大荷重が加わった直後の2サイクルにおける(i)再載荷時および(ii)除荷時（Fig.12）の引張方向の応力分布をFig.19に示す．Fig.19(a)より，一定振幅荷重下では再載荷時に引張応力が生じており，除荷時に一部の粒界で圧縮応力が作用しているが，ほとんどの領域において圧縮応力は生じていない様子がわかる．この圧縮応力は，引張荷重が作用した際に塑性変形および格子回転が生じることで発生したと考えられる．これに対して，Fig.19(b)より，過大荷重載荷の場合には再載荷時に引張応力はほとんど作用しておらず，除荷時には圧縮応力が生じている．これは過大荷重によりき裂先端に引張による大きな塑性域が形成されるとともに，き裂が鈍化するためである．き裂先端に接する要素における応力値は，一定振幅荷重の場合には引張時に480 MPa，除荷時に44 MPaであるのに対し，過大荷重を加えた場合には引張時に182 MPa，除荷時に-323 MPaとなる．このように，過大荷重後にはき裂先端に作用する応力振幅の最大値が低下していることがわかる．

次に，き裂先端から3番目までの各要素における損傷値をFig.20に示す．この図より，過大荷重載荷の場合には1番目の要素の損傷値は1サイクル目で1に達し，破壊していることがわかる．しかし，2番目以降の要素の損傷値は最初の載荷によって大きく増加し，それ以降は上述のようにき裂先端に作用する最大応力が低下するために，一定振幅荷重下の損傷値と比較して損傷の蓄積速度は遅くなっている．

Fig.21に14サイクル時のき裂先端近傍の蓄積すべり量の分布を下端面について鏡面対称にして示す．この時点で既に一定振幅荷重下におけるき裂先端は最初の結晶粒内を進展し，次の結晶粒内に達している．一方，過大荷重載荷の場合，き裂先端は未だに1つ目の結晶粒にあり，それほど進展していない．き裂先端近傍の蓄積すべり量の分布から，き裂先端の結晶粒にすべりが集中していることがわかる．蓄積すべり量は1サイクルで0.036なのに対して，14サイクルでは0.037であり，前述のように最初の過大荷重で大きく塑性変形し，その後はほとんど塑性変形していない．これはFig.18に示すように，最初の過大荷重載荷時の塑性変形は等方硬化を伴うので，その後の応力振幅は弾性範囲内となり，以降ではほとんど塑性変形が発生しないと考えられる．最終的に，一定振幅の荷重を加えた場合は36サイクルで破断するのに対して，過大荷重を加えた場合は75サイクルで破断する．

以上のように，過大荷重により塑性変形が生じることで，き裂先端が鈍化および加工硬化する．これによって，最大応力が低下するとともに，塑性変形の累積が抑制されることにより，き裂進展速度が遅くなる．

5. 結　言

本研究では，Riceらの提案したUBERに基づく結合力モデルを拡張し，熱力学的な方法を用いて損傷の発展則を導入した新しい結合力モデルを提案した．本モデルを用いて破壊を評価するとともに，有限変形問題として多結晶金属におけるき裂進展解析を行った．また，修正バウンダリーレイヤー解析を用いて要素サイズの依存性について検討し，Paris則との比較から提案した結合力モデルのパラメータについて検討した．これらのパラメータを用いて，単調引張荷重下および一定振幅荷重下におけるき裂進展解析を行い，提案モデルにおいて表現されるそれぞれの破壊挙動について考察した．最後にParis則では予測できない過大荷重が疲労き裂進展に及ぼす遅延効果について検討した．これにより以下の知見を得た．

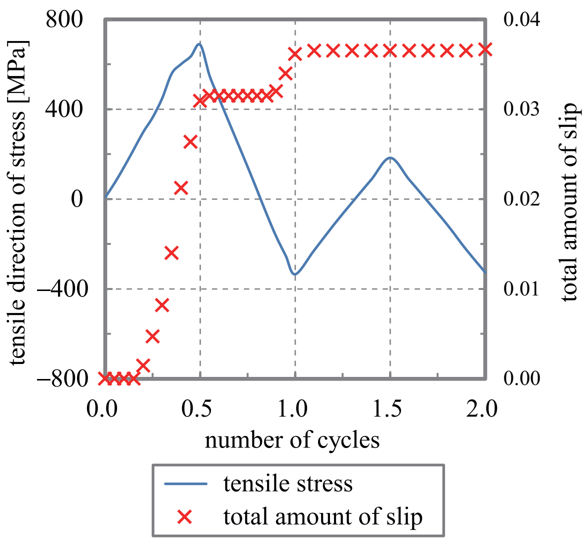


Fig.18　Transitions of tensile stress and total amount of slip until the end of 2nd cycle

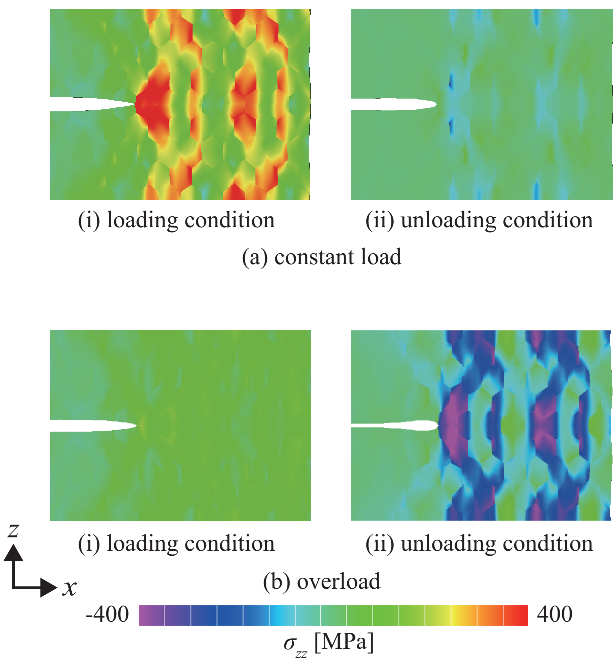


Fig.19　Distributions of stress in the loading direction under the loading and unloading conditions at 2nd cycle

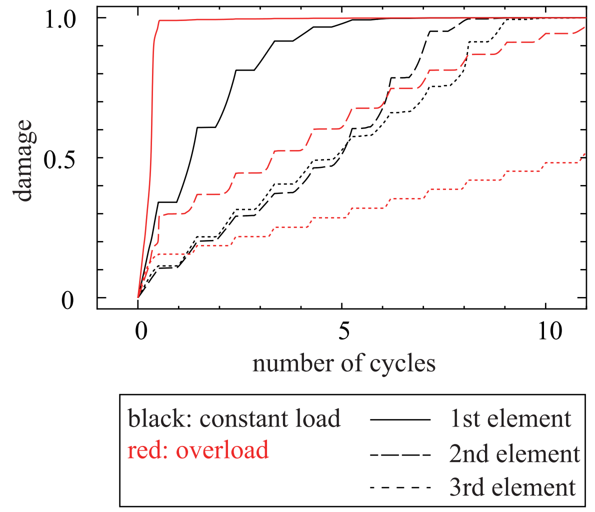


Fig.20　Comparison between damage propagation in the 1st, 2nd and 3rd element from crack tip under the conditions of constant load and overload

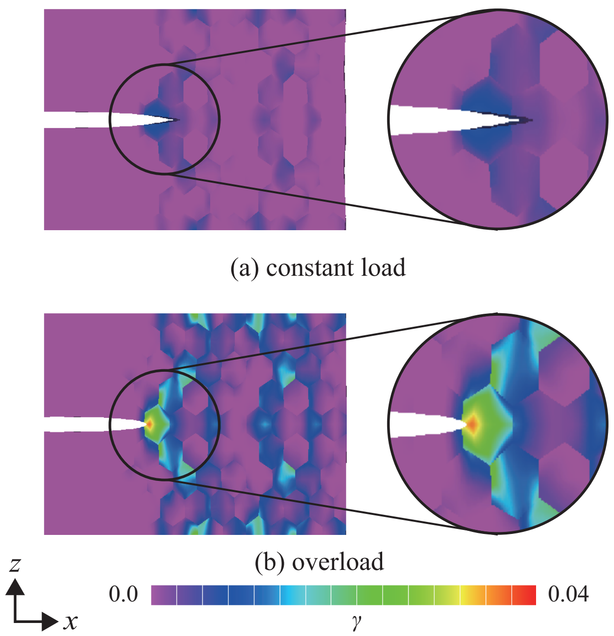


Fig.21　Distribution of total amount of slip at 14th cycle

(1) 単調引張荷重下では応力が主き裂先端部に集中するために，損傷値も先端部から増加し，主き裂のみが進展した．また，各結晶粒内においてき裂進展速度を比較すると，結晶粒の方位やすべりによって，き裂進展速度が異なることが確認できた．

(2) 一定振幅荷重下では結晶粒による不均一によって，応力が集中し，その箇所において損傷値が増加した．これによって主き裂の進展に先行して副次的な微小き裂が発生した．

(3) 過大荷重を加えた場合，その効果によりき裂先端が塑性変形して，鈍化および等方硬化が生じ，圧縮の応力分布が発現した．その結果，き裂先端に作用するダメージの累積に有効な最大応力の低下と，加工硬化による蓄積すべり量の抑制によって疲労き裂進展の遅延効果が生じた．

謝辞

本研究は JSPS 特別研究員奨励費 26・8761 の助成を受けたものです．ここに，記して謝意を表します．

付録：結晶塑性モデル

有限ひずみ弾塑性モデルでは，変形勾配は次式のように弾・塑性成分の乗算分解で与えられると仮定する．弾性成分は結晶格子の回転と歪みを表し，塑性成分は結晶の純粋なすべりを表す．

$$\boldsymbol{F} = \boldsymbol{F}^{\mathrm{e}}\boldsymbol{F}^{\mathrm{p}} \tag{20}$$

ここで，$\boldsymbol{F}^{\mathrm{e}}$ は弾性変形勾配であり，$\boldsymbol{F}^{\mathrm{p}}$ は塑性変形勾配である．これらの速度勾配は，弾性変形による速度勾配 $\boldsymbol{l}^{\mathrm{e}}$ と塑性変形による速度勾配 $\boldsymbol{l}^{\mathrm{p}}$ の加算分解で与えられ，

$$\boldsymbol{l} := \dot{\boldsymbol{F}}\boldsymbol{F}^{-1} = \dot{\boldsymbol{F}}^{\mathrm{e}}\boldsymbol{F}^{\mathrm{e}-1} + \boldsymbol{F}^{\mathrm{e}}\dot{\boldsymbol{F}}^{\mathrm{p}}\boldsymbol{F}^{\mathrm{p}-1}\boldsymbol{F}^{\mathrm{e}-1} = \boldsymbol{l}^{\mathrm{e}} + \boldsymbol{l}^{\mathrm{p}} \tag{21}$$

で表される．さらに，二階のテンソル $\bullet$ の対称・反対称成分をそれぞれ sym[$\bullet$] と skw[$\bullet$] で表すと，ストレッチテンソル $\boldsymbol{d}$ とスピンテンソル $\boldsymbol{w}$ はその弾・塑性成分 $\boldsymbol{d}^{\mathrm{e}}, \boldsymbol{d}^{\mathrm{p}}, \boldsymbol{w}^{\mathrm{e}}$ および $\boldsymbol{w}^{\mathrm{p}}$ でそれぞれ与えられる．

$$\boldsymbol{d} := \mathrm{sym}[\boldsymbol{l}] = \boldsymbol{d}^{\mathrm{e}} + \boldsymbol{d}^{\mathrm{p}} := \mathrm{sym}[\boldsymbol{l}^{\mathrm{e}}] + \mathrm{sym}[\boldsymbol{l}^{\mathrm{p}}] \tag{22}$$

$$\boldsymbol{w} := \mathrm{skw}[\boldsymbol{l}] = \boldsymbol{w}^{\mathrm{e}} + \boldsymbol{w}^{\mathrm{p}} := \mathrm{skw}[\boldsymbol{l}^{\mathrm{e}}] + \mathrm{skw}[\boldsymbol{l}^{\mathrm{p}}] \tag{23}$$

弾性挙動を表すための構成式として，回転に対して客観性のある応力速度を用いた亜弾性構成則は，

$$\hat{\boldsymbol{\sigma}}^{*} + \boldsymbol{\sigma}\mathrm{tr}[\boldsymbol{d}^{\mathrm{e}}] = \mathbb{C} : \boldsymbol{d}^{\mathrm{e}} \tag{24}$$

となる．ここで，$\mathbb{C}$ は弾性テンソル，$\hat{\boldsymbol{\sigma}}^{*}$ は次式で定義される中間配置を参照する客観応力速度である．

$$\hat{\boldsymbol{\sigma}}^{*} := \hat{\boldsymbol{\sigma}} + \boldsymbol{w}^{\mathrm{p}}\boldsymbol{\sigma} - \boldsymbol{\sigma}\boldsymbol{w}^{\mathrm{p}} \tag{25}$$

$$\hat{\boldsymbol{\sigma}} := \dot{\boldsymbol{\sigma}} - \boldsymbol{w}\boldsymbol{\sigma} + \boldsymbol{\sigma}\boldsymbol{w} \tag{26}$$

ここで，$\hat{\boldsymbol{\sigma}}$ は Jaumann 応力速度，$\boldsymbol{\sigma}$ は Cauchy 応力である．いま，対象とする材料のすべり系の数を n 個とし，その中の任意のすべり系 α における初期のすべり方向の単位ベクトル $\boldsymbol{s}_0^{(\alpha)}$ とすべり面に対する単位法線ベクトル $\boldsymbol{m}_0^{(\alpha)}$ をそれぞれ表す．すべり変形により結晶格子にゆがみが生じないと仮定すると，変形後の $\boldsymbol{s}^{*(\alpha)}$ および $\boldsymbol{m}^{*(\alpha)}$ は互いに直交を保つことになり，

$$\boldsymbol{s}^{*(\alpha)} = \boldsymbol{F}^{\mathrm{e}}\boldsymbol{s}_0^{(\alpha)} \tag{27}$$

$$\boldsymbol{m}^{*(\alpha)} = \boldsymbol{m}_0^{(\alpha)}\boldsymbol{F}^{\mathrm{e}-1} \tag{28}$$

となる．また，すべり系 α における分解せん断応力 $\tau^{(\alpha)}$ は，

$$\tau^{(\alpha)} = (\boldsymbol{s}^{*(\alpha)} \otimes \boldsymbol{m}^{*(\alpha)}) : J\boldsymbol{\sigma} \tag{29}$$

となる．ここで，$J = \det[F]$ である．この時，すべり系 α のすべり速度を $\dot{\gamma}^{(\alpha)}$ とすると，塑性仕事率に関しては次式の関係が成立する．

$$J\boldsymbol{\sigma} : \boldsymbol{l}^{\mathrm{p}} = \sum_{\alpha=1}^{n} \tau^{(\alpha)} \dot{\gamma}^{(\alpha)} \tag{30}$$

この式に式 (29) を代入し，整理すると，塑性変形勾配の発展方程式は，

$$\boldsymbol{l}^{\mathrm{p}} = \sum_{\alpha=1}^{n} \left(\boldsymbol{s}^{*(\alpha)} \otimes \boldsymbol{m}^{*(\alpha)} \right) \dot{\gamma}^{(\alpha)} \tag{31}$$

と規定される．本研究では結晶すべりの構成モデルの発展方程に次式で表される Asaro ら [31] の指数形の粘塑性モデルを用いる．

$$\dot{\gamma}^{(\alpha)} := \dot{a} \left| \frac{\tau^{(\alpha)}}{g^{(\alpha)}} \right|^{n^{\mathrm{v}}} \operatorname{sign}\left(\frac{\tau^{(\alpha)}}{g^{(\alpha)}} \right) \tag{32}$$

ここで，$g^{(\alpha)}$ はすべり系 α のすべり抵抗力，$\dot{a}$ は初期すべり速度，n^{v} は速度感度指数で，いずれも材料定数である．また，すべり抵抗力の発展方程式は，

$$\dot{g}^{(\alpha)} := \sum_{\beta=1}^{n} h_{\alpha\beta} \dot{\gamma}^{(\beta)} \tag{33}$$

で定義される．ただし，$h_{\alpha\beta}$ は硬化係数行列の成分を表しており，次式で表される．

$$\begin{cases} h_{\alpha\alpha} := h_0 \operatorname{sech}^2 \left| \dfrac{h_0 \gamma}{\tau_s - \tau_0} \right| \\ \\ h_{\alpha\beta} := q h_{\alpha\alpha} \qquad (\alpha \neq \beta) \end{cases} \tag{34}$$

ここで，$h_{\alpha\alpha}$ と $h_{\alpha\beta}$ はそれぞれ自己硬化係数と潜在硬化係数を表し，q はそれらの比である．また，h_0 は初期硬化係数, τ_s は Stage-I 応力，τ_0 は初期臨界分解せん断応力を表す材料定数である．また，γ は蓄積すべり量であり，次式で定義する．

$$\gamma := \sum_{\alpha=1}^{n} \int_0^t |\dot{\gamma}^{(\alpha)}| dt \tag{35}$$

参考文献

(1) Paris, P. and Erdogan, F., A critical analysis of crack propagation laws, *J. Basic. Eng.*, Vol. 85, 1963, pp.528–534.

(2) Klesnil, M. and Lukas, P., Influence of strength and stress history on growth and stabilisation of fatigue cracks, *Eng. Fract. Mech.*, Vol. 4, 1972, pp. 77–92.

(3) Anderson, T., *Fracture mechanics, fundamentals and applications*, Boca CRC Press, Boca Raton., 1995.

(4) Willer, O.E., Spectrum loading and crack growth retardation, *J. Basic. Eng.*, Vol. 94, 1972, pp. 181–186.

(5) Willenborg, J, Engle, R. M., Jr., and Wood, R.A., A crack growth retardation model using an effective stress concept, *Air Force Flight Dynamics Laboratory Report AFFDL-TM-71-1-FBR*, January, 1971.

(6) Budiansky, B. and Hutchinson, J.W., Analysis of closure in fatigue crack growth, *J. Appl. Mech.*, Vol. 45, 1978, pp. 267–276.

(7) Tanaka, K. and Nakai, Y., Propagation and non-propagation of short fatigue cracks at a sharp notch, *Fatigue Fract. Eng. Mater. Struct.*, Vol. 6, 1983, pp. 315–327.

(8) Kachanov, L.M., *Introduction to continuum damage mechanics*, M. Nijihoff Boston, 1986.

(9) Lemaitre, J., A continuous damage mechanics model for ductile fracture, *J. Eng. Mater. Technol.*, Vol. 99, 1977, pp. 2–15.

(10) Lemiatre, J., Sermage J.P. and Desmorat, R., A two scale damage concept applied to fatigue, *Int. J. Fract.* Vol. 97, 1997, pp. 67–81.

(11) Rice, J. R. and Wang, J., Embrittlement of interfaces by solute segregation, *Mater. Sci. Eng.*, A102, 1989, pp. 23–40.

(12) Rose, J.H. and Smith, J.R., Universal binding energy curves for metals and bimetallic interfaces, *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 44, 1981, pp. 675–678.

(13) Beltz, G. E. and Rice, J. R., Dislocation nucleation versus cleavage decohesion at Crack Tips, *Modeling the Deformation of Crystalline Solids Presented*, T. C. Lowe, A. D. Rollett, P. S. Follansbee, and G. S. Daehn, eds., The Minerals, Metals & Materials Society, Harvard University, Cambridge, MA, 1991, pp. 457–480.

(14) Needleman, A., An analysis of tensile decohesion along an interface, *J. Mech. Phys. Solids*, Vol. 38, pp. 289–324, 1990.

(15) Ortiz, M., and Pandolfi, Finite-deformation irreversible cohesive elements for three dimensional crack-propagation analysis, *Int. J. Numer. Methods Eng.*, Vol. 44, pp. 1267–1282, 1999.

(16) de-Andres, A., Perez, J.L. and Ortiz, M., Elastoplastic finite element analysis of three-dimensional fatigue crack growth in aluminum shaft subjected to axial loading, *Int. J. Sol. Struct.*, Vol. 36, 1999, pp. 2231–2258.

(17) Liu, J., Li, J. and Wu, B., The cohesive zone model for fatigue crack growth, *Adv. Mech. Eng.*, Vol. 46, 2013, pp. 1–16.

(18) Nguyen, O., Repetto, E.A., Ortiz, M. and Radovitzky R. A., A cohesive zone model of fatigue crack growth, *Int. J. Fract.*, Vol. 110, 2001, pp. 351–369.

(19) Bouvard, J.L., Chaboche, J.L., Feyel, F. and Gallerneau, F., A cohesive zone model for fatigue and creep-fatigue crack growth, *Int. J. Fatigue*, Vol. 53, 2009, pp. 1193–1196.

(20) Rice, J. R. and Johnson, D. M., The Role of Large Crack Tip Geometry Changes in Plane Strain Fracture, *Inelastic*

Behavior of Solid, (eds. Kannien, K. F. et al.), McGraw-Hill, N. Y. 1970, pp. 641–672.

(21) Chandra, N. and Shet, C., Analysis of energy balance when using cohesive zone models to simulate fracture processes, *J. Eng. Mater. Techonol.*, Vol. 124, 2002, pp. 440-450.

(22) 村上澄男, 連続体損傷力学森北出版, 2008

(23) Irwin, G.R., Plastic Zone Near a Crack and Fracture Toughness, Sagamore Research Conf. Proc., Vol. 4, 1961, pp. 63–78.

(24) 寺田賢二郎, 犬飼壮典, 濱名泰彰, 身寄明男, 平山紀夫, 数値材料試験による異方性超弾性体のパラメータ同定, 計算工学講演会論文集, Vol. 13, 2008, pp. 513–516.

(25) 名取美咲, 寺田賢二郎結晶塑性均質化法による鋼材の加工後強度予測, 土木学会東北支部技術研究発表会, I-25, 2007.

(26) 戸梶恵郎, 小川武史, 原田行雄, 安藤善司, 微小疲労き裂の成長に対する線形破壊力学の適用限界とその組織依存性, 材料, Vol. 34, 1985, pp. 1160–1166.

(27) 和田山芳英, 松本俊美, 佐藤宏, 高橋秀明, オーステナイトステンレス鋼 (SUS316LN) の極低温破壊靭性に及ぼす試験片寸法効果, 日本機械学会論文集 *A*, Vol. 54, 1988, pp. 1763–1770.

(28) 日本機械学会, 発電用原子力維持規格 2004 年版, 日本機械学会, JSME S NA1-2008, 2008.

(29) Jay, D. C., Wael, A., John, L. and Huseyin, S., High resolution digital image correlation measurements of strain accumulation in fatigue crack growth, *Int. J. Fatigue*, Vol. 57, 2013, pp. 140–150.

(30) Yangyang, Z., Hui-Ji, S., Jialin, G., Changpeng, L., Kai, K. and Oliver, L., Crystallographic analysis for fatigue small crack growth behaviors of a nickel-based single crystal by in situ SEM observation, *Theo. and App. Fracture Mech.*, Vol. 69, 2014, pp. 80–89.

(31) Asaro, J.R., Crystal plasticity, *J. Appl. Mech.*, Vol. 50, 1983, pp. 921–934.