

構造物の破壊を考慮した 有限被覆法に基づく構造流体連成解析

高瀬慎介¹・森口周二²・寺田賢二郎³・小山直輝⁴・
金子賢治⁵・車谷麻緒⁶・加藤準治⁷・京谷孝史⁸・

¹博 (工) 東北大学大学院工学研究科 (〒 980-8579 仙台市青葉区荒巻字青葉 6-6-06)

E-mail: takase@irides.tohoku.ac.jp

²博 (工) 東北大学災害科学国際研究所 (〒 980-0845 仙台市青葉区荒巻字青葉 468-1)

³Ph.D 東北大学災害科学国際研究所 (〒 980-0845 仙台市青葉区荒巻字青葉 468-1)

⁴八戸工業大学大学院工学研究科 (〒 031-8501 八戸市大字妙大開 88-1)

⁵博 (工) 八戸工業大学大学院工学研究科 (〒 031-8501 八戸市大字妙大開 88-1)

⁶博 (工) 茨城大学工学部都市システム工学科 (〒 316-8511 茨城県日立市中成沢町 4-12-1)

⁷Dr.-Ing. 東北大学大学院工学研究科 (〒 980-8579 仙台市青葉区荒巻字青葉 6-6-06)

⁸工博 東北大学大学院工学研究科 (〒 980-8579 仙台市青葉区荒巻字青葉 6-6-06)

本論文では、流体力による構造物の接触挙動および破壊挙動まで含めた構造物と流体の相互連成作用が考慮可能な安定化有限被覆法に基づく連成解析手法を提案する。具体的には、構造物は複数の剛体要素を結合することでモデル化する。剛体要素は、**Cohesive model** を導入した個別要素法を用いることで構造物の接触挙動および破壊挙動を表現する。流体解析では、**Phase-field** 法を用いて界面位置の計算を行い、また、安定化有限被覆法を用い、構造物と流体の接触界面位置を正確に表現し、構造物と流体の相互連成の計算を行う。本論文では、数値解析例を通して、本手法の解析精度や適用性について検討を行う。

Key Words : *Finite Cover Method, Fluid-Structure Interaction, Cohesive Model, Discrete Element Method*

1. はじめに

毎年、数多くの自然災害が発生している。これらの自然災害は、生命や財産に直接的に影響を与えるため、大きな社会問題となっている。自然災害の中でも土石流や洪水、津波などは、流体と固体材料・構造物の混在する複雑な多重物理現象であるために、予測しがたい被害の甚大化、複合化を伴う。そのため、これらの相互作用のメカニズムを解明することが重要である。近年、これらの複合的な自然災害のメカニズムの解明に数値シミュレーションを用いた方法が注目を集めている。なかでも、流体と固体の相互作用を考慮した連成解析手法は、多重物理現象である自然災害の予測・再現手法として有効な手段の1つである。そのため、構造流体連成解析手法について、これまで多くの研究成果が報告されている。例えば、牛島ら^{1),2)}は、3次元自由表面流中において、接触を伴う複雑形状物体の運動を取り扱う連成手法を開発し、波動流れによる物体輸送の計算を行っている。また、田邊ら³⁾は、粒子法を用いた流体剛体連成解析手法を開発し、津波による橋梁の流失解析を行っており、複雑な流体挙動と構造物の連成挙動が可能になってきている。一方では、構造物の破壊挙動まで含めた構造物と流体の相互連成表現

については十分に研究が進んでいないのが現状である。しかしながら、巨大津波による遡上被害を考えた場合、構造物は流体力によってどのように破壊されるか、また、破壊された構造物の瓦礫が流体中を浮遊することで構造物に与える衝撃荷重はどのように変化するののかを知ることは、今後の安全安心の街づくりを考える上で非常に重要である。

そこで本研究では、構造物の破壊を含む構造流体連成解析手法を提案する。具体的には、構造物を複数の剛体要素に分割しモデル化する。剛体の接触や運動の計算には、個別要素法 (**DEM**) を用いて解析を行うため、剛体要素は、球要素を剛結することでモデル化し、剛体要素と剛体要素の間には、**Cohesive model** による結合力を設定し、構造物の破壊挙動を表現する。これにより、構造物の破壊および、瓦礫の接触による効果を考慮した解析が可能となる。また、自由表面を考慮した流体解析には、**SUPG/PSPG** 法に基づく安定化有限被覆法を用い、構造物と流体の接触界面位置を正確に表現し相互連成の計算を行う。なお、自由表面計算には、**Phase-field** 法を用いて界面位置を表現する。本論文では、数値解析例を通して、本手法の解析精度や適用性について検討を行う。

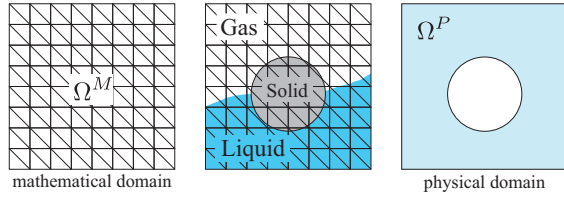


図-1 数学領域と物理領域

2. 流体の数値解析手法

(1) 有限被覆法

有限被覆法^{4),5)} (FCM) は、図-1 に示すように、近似関数が数学領域 Ω^M と支配方程式が満たされるべき物理領域 Ω^P を独立して定義する。そして、FCM では有限要素法 (FEM) における形状関数の代わりに、解析対象となる物理領域とは独立な PU 条件 (Partition of Unity) を満たす近似関数 (以下、PU 重み関数) を数学被覆として定義する。物理被覆には、物理変数を近似するための被覆関数と呼ばれる未知パラメータを含む関数を導入する。被覆関数には、PU 重み関数との積により構成される基底関数が一次独立性を満たす限り任意の関数形を利用できるが、本研究では、定数項のみを未知パラメータとして用いることにする。

このように、FCM の近似の考え方は FEM のそれと多少異なるが、被覆中心を節点位置と見なし、これに囲まれる数学被覆を数学要素、物理被覆を物理要素と定義すれば、FEM と等価な近似方法であることを示すことができる。すなわち、FCM における被覆関数の未知パラメータおよび物理要素と FEM における節点値および要素を、それぞれ同一視できるように定式化すれば、各要素間の未知量を節点値により補間近似するという点で両者は一致するため、FCM は FEM を一般化した手法と捉えることができる。

本研究では、FCM の物理要素の基本形状としては 1 次の四面体要素を用いることにする。そして、被覆関数は定数項のみとするので、本研究における FCM の物理要素は、必然的に FEM における 1 次の四面体有限要素と等価なものとなる。ただし、FCM では流体の数学領域内に構造物が存在してもよく、流体の物理要素の境界は数学要素と独立に動くことができる。この特徴を利用して、構造物の境界位置を正確に考慮したうえで流れと構造物の剛体運動の相互作用を評価可能な数値解析手法を構築する。なお、流体と構造物の境界位置は、構造物表面をゼロとする距離関数である Levelset 関数作成し、流体領域の定義を行っている。

(2) 流体に関する定式化

本研究で用いる支配方程式は、非圧縮粘性流体における Navier-Stokes の運動方程式と連続式で以下のように表される。

$$\rho \left(\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} - \mathbf{f} \right) - \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{u}, p) = 0 \quad (1)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (2)$$

ここで、 ρ は密度、 $\mathbf{u}$ は流速ベクトル、 p は圧力、 $\mathbf{f}$ は物体力ベクトル、 $\boldsymbol{\sigma}$ は応力テンソルである。また、Newton 流体を仮定し、構成則には次式を用いる。

$$\boldsymbol{\sigma} = -p\mathbf{I} + 2\mu\boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{u}) \quad (3)$$

ここで、 $\mathbf{I}$ は 2 階の単位テンソル、 μ は粘性係数であり、 $\boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{u})$ は次式で定義される変形速度テンソルである。

$$\boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{u}) = \frac{1}{2} (\nabla \mathbf{u} + (\nabla \mathbf{u})^T) \quad (4)$$

(3) 安定化有限被覆法

3 次元流れ場の支配方程式 (1), (2) に対して有限被覆法を用いた SUPG/PSPG 法^{6),7)} を適用すると、次式のような安定化有限被覆法による離散化方程式が得られる。

$$\begin{aligned} & \rho \int_{\Omega^P} \mathbf{w}^h \cdot \rho \left(\frac{\partial \mathbf{u}^h}{\partial t} + \mathbf{u}^h \cdot \nabla \mathbf{u}^h - \mathbf{f} \right) d\Omega \\ & + \int_{\Omega^P} \boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{w}^h) : \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{u}^h, p^h) d\Omega + \int_{\Omega^P} q^h \nabla \cdot \mathbf{u}^h d\Omega \\ & + \sum_{e=1}^{n_{el}} \int_{\Omega_e^P} \left\{ \tau_{supg} \mathbf{u}^h \cdot \nabla \mathbf{w}^h + \tau_{pspg} \frac{1}{\rho} \nabla q \right\} \\ & \cdot \left\{ \rho \left(\frac{\partial \mathbf{u}^h}{\partial t} + \mathbf{u}^h \cdot \nabla \mathbf{u}^h - \mathbf{f} \right) - \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{u}^h, p^h) \right\} d\Omega \\ & + \sum_{e=1}^{n_{el}} \int_{\Omega_e^P} \tau_{cont} \nabla \cdot \mathbf{w}^h \rho \nabla \cdot \mathbf{u}^h d\Omega \\ & + \int_{\Gamma_g} \bar{p} (\mathbf{u}^h - \bar{\mathbf{u}}^h) \cdot \mathbf{w}^h = 0 \end{aligned} \quad (5)$$

ここで、 Ω^P は Navier-Stokes 方程式の物理領域、 $\mathbf{u}^h$, p^h は、それぞれ速度と圧力の有限要素近似式、 $\mathbf{w}^h$, q^h は、それぞれ運動方程式と連続式に対する重み関数の近似式、 $\bar{p}$ はペナルティ一定数、 $\bar{\mathbf{u}}^h$ はペナルティ境界面での速度である。安定化項である第 4, 5 項は要素ごとに定義される不連続量であるため、要素ごとの領域 Ω_e^P での積分の総和となる。ここで、 e は要素番号、 n_{el} は要素数である。また、第 4 項は移流の卓越に対して安定化を施す SUPG 項、および圧力振動を回避するための PSPG 項であり、第 5 項は自由表面の数値不安定性を回避するための衝撃捕捉 (Shock-Capturing) 項⁸⁾、ペナルティ項は構造壁面上での Dirichet 型境界条件を考慮するために付加したものである。また、 τ_{supg} , τ_{pspg} , τ_{cont} は、すべて安定化パラメータであり、各安定化項

の係数としてそれぞれ次のように定義される.

$$\tau_{\text{supg}}^{\text{ns}} = \left[\left(\frac{2}{\Delta t} \right)^2 + \left(\frac{2\|\mathbf{u}^h\|}{h_e} \right)^2 + \left(\frac{4\nu}{h_e^2} \right)^2 \right]^{-\frac{1}{2}} \quad (6)$$

$$\tau_{\text{pspg}}^{\text{ns}} = \tau_{\text{supg}}^{\text{ns}} \quad (7)$$

$$\tau_{\text{cont}} = \frac{h_e}{2} \|\mathbf{u}^h\| \xi(\text{Re}_e) \quad (8)$$

$$\text{Re}_e = \frac{\|\mathbf{u}^h\| h_e}{2\nu} \quad (9)$$

$$\xi(\text{Re}_e) = \begin{cases} \frac{\text{Re}_e}{3}, & \text{Re}_e \leq 3 \\ 1, & \text{Re}_e > 3 \end{cases} \quad (10)$$

ここで, Δt は時間増分, h_e は要素の代表長さ, ν は動粘性係数, Re_e は要素レイノルズ数である.

(4) Phase-field 法を用いた界面捕捉

式 (1), (2) を支配方程式とする液体 (水) の 3 次元流れ場における自由表面と気体 (空気) との界面位置の表現方法は, 固定メッシュを用いた Euler 的手法である界面捕捉法^{8),9)}と移動メッシュを用いた Lagrange 的手法である界面追跡法^{10),11)}の二つに分類することができる. 本研究では, 砕波等の複雑な自由表面形状を表現する必要があるため, 固定メッシュを用いた Euler 的手法の 1 つである Phase-field 法を採用することにする. なお, 流体と構造物の境界位置は, Levelset 関数を用いて, 流体領域を定義している. 同様に自由表面形状を Levelset 関数を用いて表現することも可能であるが, Levelset 関数を用いた解析では, Levelset 関数の再初期化等の処理が必要になり, 計算負荷の観点から, 本研究では, Phase-field 法を用いて解析を行う.

Phase-field 法では, 次式に示す保存形式に修正された Allen-Cahn 型移流方程式^{12),13)}を解くことで自由表面位置を決定する.

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \phi = \frac{\epsilon}{\delta} \nabla \cdot (\delta(\nabla \phi) - F_a), \quad (11)$$

$$F_a = \phi(1 - \phi) \frac{\nabla \phi}{|\nabla \phi|}$$

ここで, ϵ は移動度, δ は界面領域の代表幅である. また, ϕ は Phase-field 変数を表し, 気体であれば 0.0, 液体であれば 1.0, 自由表面上であれば 0.5 をとるものとする. そして, 各要素における流体の密度 ρ と粘性係数 μ は, 液体 (水) と気体 (空気) の密度 ρ_l, ρ_g と粘性係数 μ_l, μ_g , Phase-field 関数 ϕ を用いて次式のように求められる.

$$\rho = \rho_l \phi + \rho_g(1 - \phi) \quad (12)$$

$$\mu = \mu_l \phi + \mu_g(1 - \phi) \quad (13)$$

Allen-Cahn 方程式 (11) に対して, SUPG 法に基づく安定化有限被覆法を適用すると以下のような離散化方程

式が得られる.

$$\begin{aligned} & \int_{\Omega^p} \phi_*^h \left(\frac{\partial \phi^h}{\partial t} + \mathbf{u}^h \cdot \nabla \phi \right) d\Omega \\ & + \int_{\Omega^p} \epsilon \nabla \phi_*^h \cdot \nabla \phi d\Omega + \int_{\Omega^p} \phi_*^h \frac{\epsilon}{\delta} \nabla F_a d\Omega \\ & + \sum_{e=1}^{n_{el}} \int_{\Omega_e^p} (\tau_\phi \mathbf{u}^h \cdot \nabla \phi_*^h) \\ & \cdot \left(\frac{\partial \phi^h}{\partial t} + \mathbf{u}^h \cdot \nabla \phi^h - \frac{\epsilon}{\delta} \nabla \cdot (\delta(\nabla \phi) - F_a) \right) d\Omega = 0 \end{aligned} \quad (14)$$

ここで, ϕ^h および ϕ_*^h は, Phase-field 変数 ϕ とその重み関数の有限要素近似式である. また, τ_ϕ は安定化パラメータであり, 次式で定義されている.

$$\tau_\phi = \left[\left(\frac{2}{\Delta t} \right)^2 + \left(\frac{2\|\mathbf{u}^h\|}{h_e} \right)^2 \right]^{-\frac{1}{2}} \quad (15)$$

なお, 保存形式に修正することで体積保存は高いものになっているが, 解析時間の長い問題では, 数値誤差により, 体積の増減が生じる恐れがある. 本研究では, 以下に示す体積補正を行い解析している. 液体の体積を計算して, 体積誤差を次式のように計算する.

$$V_{\text{err}}(t) = V(t) - V_{\text{init}} \quad (16)$$

ここで, V_{init} は初期 (基準) 体積, $V_{\text{err}}(t)$ は解析によって変化した体積である. 次に, 計算領域内の気液界面の総面積を $A(t)$ として, 界面近傍における誤差 L_{err} を次式により定義する.

$$L_{\text{err}} = \frac{V_{\text{err}}(t)}{A(t)} \quad (17)$$

求められた $L_{\text{err}}(t)$ を用いて界面関数をオフセットすることで体積を修正する.

3. 構造の数値解析手法

(1) 個別要素法による接触の表現

本研究で使った個別要素法^{14),15)}は, 接触力モデルが図-2で表現される一般的なものである. 法線方向の接触力を表現するバネとダッシュポット, および接線方向の接触力を表現するバネとダッシュポットがあり, 接線方向には摩擦力を制御するためのスライダーが存在する. 要素同士が接触している間はこのモデルによって接触力が評価され, 運動方程式に反映される. この接触力モデルによって, 法線方向の接触力 $\mathbf{F}_n$ と接線方向の接触力 $\mathbf{F}_s$ は以下のように表現される.

$$\mathbf{F}_n + C_n \dot{\mathbf{u}} + K_n \mathbf{u} = 0 \quad (18)$$

$$\mathbf{F}_s + C_s \dot{\mathbf{v}} + K_s \mathbf{v} = 0 \quad (19)$$

ここで, $\mathbf{u}$ は法線方向の貫入量ベクトル, $\dot{\mathbf{u}}$ は法線方向の貫入速度ベクトル, $\mathbf{v}$ は接線方向の貫入量ベクトル, $\dot{\mathbf{v}}$ は接線方向の貫入速度ベクトルである. また, K_n は法線方向のバネ定数, C_n は法線方向のダッシュポットの減衰係数, K_s は接線方向のバネ定数, C_s は接線方向

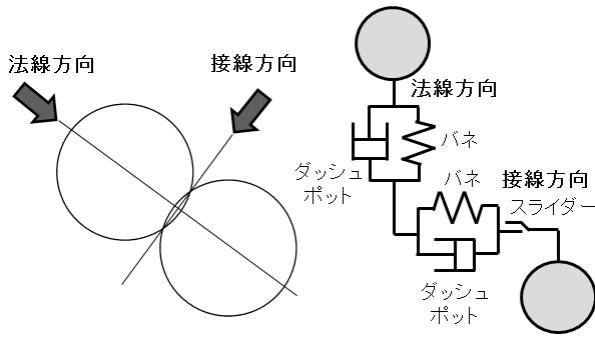


図-2 DEM の粒子間力モデル

のダッシュポットの減衰係数である。なお、本研究では、法線方向のパラメータ（バネ定数とダッシュポットの減衰係数）と接線方向のパラメータは同値と仮定する。また、ダッシュポットの減衰係数 C は、バネ定数 K 、反発係数 e 、要素質量 m を用いて次式で表現できる。

$$C = 2\sqrt{mK} \sqrt{\frac{(\ln e)^2}{(\ln e)^2 + \pi^2}} \quad (20)$$

ここで、 π は円周率である。上式を用いることにより、ダッシュポットの減衰係数 C の代わりに反発係数 e を入力パラメータとして用いることができる。よって、入力パラメータは、バネ定数 K 、反発係数 e 、スライダーの摩擦係数 μ の 3 種類となる。

(2) 個別要素法を用いた剛体要素

球要素を用いる個別要素法では、球要素を剛結することで複雑な剛体モデルを表現することが可能である。このとき、剛体を構成する球要素がそれぞれ個別に接触判定を行っており、球要素ごとに計算された接触点と接触力の情報を剛体の重心に作用する力に換算することで剛体の運動を表現している。すなわち、剛体要素 g の重心に関する次式の運動方程式を解く。

$$\frac{d(m_g \mathbf{v}_g)}{dt} = \mathbf{F}_g \quad (21)$$

$$\frac{d(\mathbf{I}_g \boldsymbol{\omega}_g)}{dt} = \mathbf{M}_g \quad (22)$$

ここで、 m_g は剛体の質量、 $\mathbf{v}_g$ は剛体の速度ベクトル、 $\mathbf{I}_g$ は慣性モーメントテンソル、 $\boldsymbol{\omega}_g$ は剛体の角速度ベクトルである。重心に作用する力 $\mathbf{F}_g$ 及びモーメント $\mathbf{M}_g$ は剛体を構成する球要素 i に対して接触しているすべての要素に関する接触力の総和として以下のように書き下せる。

$$\mathbf{F}_g = \sum_i (\mathbf{F}_n + \mathbf{F}_s) \quad (23)$$

$$\mathbf{M}_g = \sum_i (\mathbf{N} \times \mathbf{F}_s) \quad (24)$$

このとき、 $\mathbf{x}_i$ を球要素 i の重心座標、 $\mathbf{x}_g$ を剛体の重心座標として $\mathbf{N} = (\mathbf{x}_i + r_i \mathbf{n}) - \mathbf{x}_g$ である。なお、 r_i は球

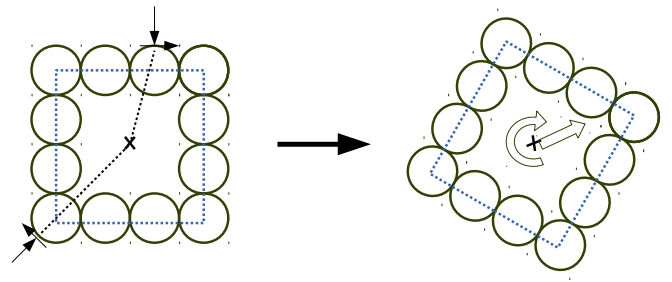


図-3 剛体要素に作用する接触力イメージ

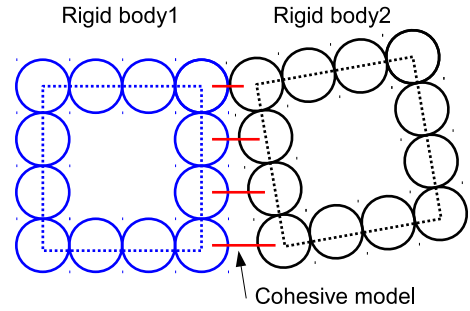


図-4 Cohesive model による DEM 剛体モデルの連結

要素 i の半径、 $\mathbf{n}$ は球要素 i の重心から接触している球要素の重心へと向かう法線方向の単位ベクトルである。また、本研究では、球要素は剛体モデルの表面にのみ配置し、計算負荷を軽減している。剛体の姿勢管理には、クォータニオン（四元数）を導入している。

式 (21) から、時間ステップ n と時間ステップ $n+1$ における剛体の速度ベクトルを $\mathbf{v}_g^n$ 、 $\mathbf{v}_g^{n+1}$ とすると、

$$\mathbf{v}_g^{n+1} = \mathbf{v}_g^n + (\mathbf{F}_g/m_g)\Delta t \quad (25)$$

となる。ここで、 Δt は微小時間増分である。また、式 (22) から、時間ステップ n と時間ステップ $n+1$ における剛体の角速度ベクトルを $\boldsymbol{\omega}_g^n$ 、 $\boldsymbol{\omega}_g^{n+1}$ とすると、

$$\boldsymbol{\omega}_g^{n+1} = \boldsymbol{\omega}_g^n + (\mathbf{I}_g^{-1} \mathbf{M}_g - \mathbf{I}_g^{-1} \boldsymbol{\omega}_g^n \times \mathbf{I}_g \boldsymbol{\omega}_g^n) \Delta t \quad (26)$$

となる。また、剛体重心の位置座標 $\mathbf{x}_g$ の更新は、剛体の速度ベクトルを用いて次式により更新する。

$$\mathbf{x}_g^{n+1} = \mathbf{x}_g^n + \mathbf{v}_g^n \Delta t \quad (27)$$

(3) Cohesive model による破壊の表現

本研究では、図-4 に示すように、剛体モデルの表面を潜在的な不連続面として、この面を Cohesive model を用いて連結することで破壊挙動を表現する。本研究で用いた Cohesive model¹⁶⁾ は、多項式を用いたものであり、次式で表現される。

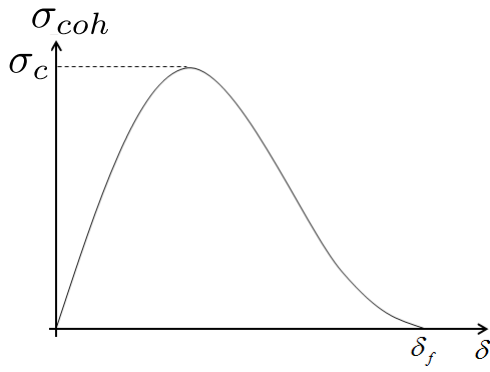


図-5 Cohesive model のイメージ

$$\sigma_{coh} = \begin{cases} \frac{27}{4} \sigma_c \left(\frac{\delta}{\delta_f} \right) \left[1 - 2 \left(\frac{\delta}{\delta_f} \right) + \left(\frac{\delta}{\delta_f} \right)^2 \right], & \delta \leq \delta_f, \\ 0, & \delta > \delta_f, \end{cases} \quad (28)$$

ここで、 σ_{coh} は結合力、 σ_c は結合力の上限值、 δ は開口量、 δ_f は完全な破壊に至る開口量を意味する。このモデルのイメージ図を図-5 に示す。なお、本研究では、負荷時による破壊に着目しているおり、簡便のため、除荷時も式 (28) を用いるモデル化を行っている。

(4) 解析アルゴリズム

本論文で用いている構造流体連成解析手法の手順を示すと以下のようになる。

- 剛体要素表面から Levelset 関数を設定し、FCM の流体領域を設定する。
- 流速、圧力と自由表面位置を求解する。
- 求められた圧力より剛体要素にかかる流体力を求める。
- 流体力を外力として剛体要素の位置、速度および加速度を求解する。
- 構造と流体の界面に求められた剛体要素の速度を流体領域の境界条件として設定する。
- 時間進行を行い、時間ステップが終了するまで計算を繰り返す。

なお、流体計算の時間方向の離散化には Crank-Nicolson 法を適用し、構造 (DEM) の計算には、陽解法を適用して解析を行った。そのため、構造解析と流体解析では、安定に解析できる時間増分量が異なる。そこで本研究では、図-6 に示す可変時間ステップ法¹⁷⁾を用いて流体計算の1ステップに対して、複数ステップの構造計算を行うことで構造と流体の全体の計算時間を揃えて解析を行っている。

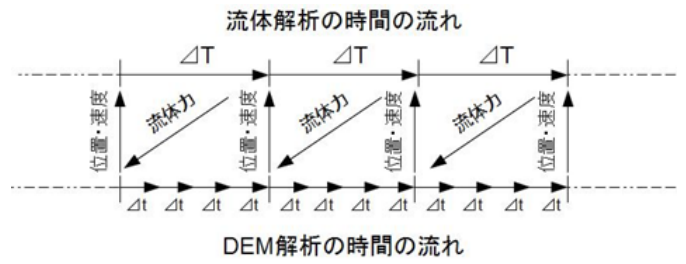


図-6 可変時間ステップ法

4. 数値解析例

数値解析例として、まず、自由表面位置の解析に用いている保存形式に修正された Allen-Cahn 型移流方程式の精度検証を行うため、Rotating Cylinder 問題を取り上げる。また、本手法の自由表面流れ問題における精度検証のため、矩形容器内の微小振幅波解析を行う。次に、流体力によるブロックの転倒解析を取り上げ、実験値との比較を行うことで本手法の解析精度について検証する。次に、実問題への適用性に関する予備的検討として、津波荷重による構造物の破壊解析を行う。

(1) Rotating Cylinder 問題

保存形式に修正された Allen-Cahn 型の移流方程式の精度検証問題として、Rotating Cylinder 問題を取り上げる。この問題は、図-7 (a) の気液界面が、 $u = -y$, $v = x$ の流況によって周回する問題である。界面関数が移流の効果によって正確に運ばれた場合には、界面関数は形を崩さずに周回する問題である。初期界面分布は図-7 (b) に示す。まず、保存形式へ修正したことの精度検証のため、体積補正は行わずに Allen-Cahn 型の移動方程式の解析を行った。解析結果として、図-8 に1周後の界面分布、図-9 に体積保存の時刻歴図を示す。図-8 (a) は保存形式に修正された Allen-Cahn 型の移流方程式、図-8 (b) は Allen-Cahn 型の移動方程式 (修正なし) の解析結果である。この結果より、保存形式に修正された Allen-Cahn 型の移流方程式は精度よく解析が行われていることがわかる。また、5 周後の体積保存の時刻歴図を図-10 に示す。長時間の解析では、解析誤差のため、若干の体積現象が見られるが、体積補正をすることで、ほぼ初期体積を保って解析が行われていることがよくわかる。

(2) 矩形容器内の微小振幅波問題

本手法の自由表面解析における精度検証のため、図-11 に示す矩形容器内の微小振幅波の解析¹⁸⁾を行う。本解析では、平均水深、重力加速度、液体密度などは代表量で無次元化を行い、容器幅 L と平均水深 h はとも

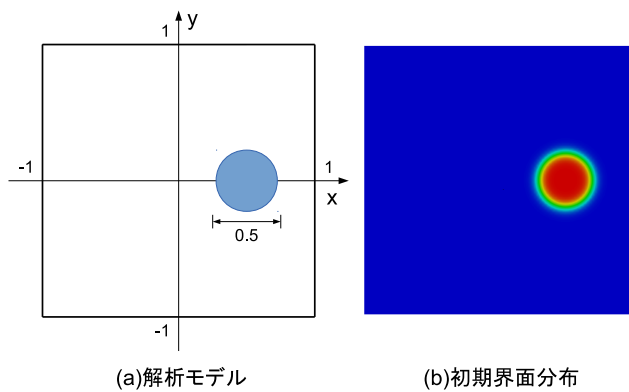


図-7 Rotating Cylinder 問題

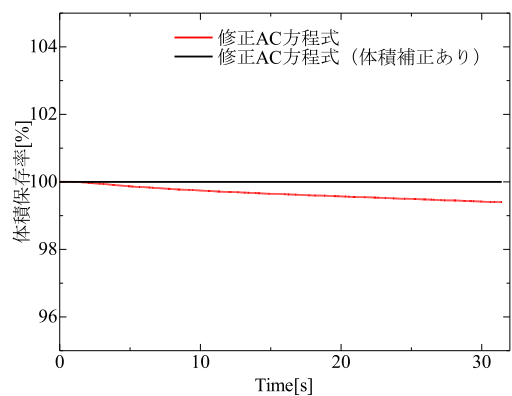


図-10 体積保存率の時刻歴図 (5 週後)

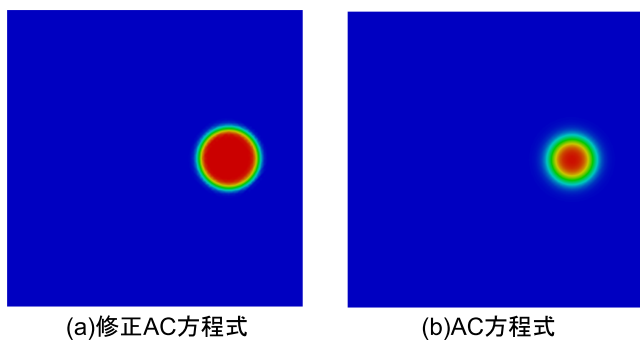


図-8 1 周後解析結果

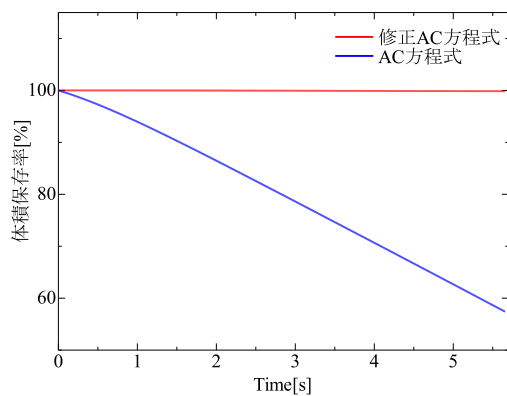


図-9 体積保存率の時刻歴図 (1 週後)

に 1.0 とし、容器の奥行は 0.01 とした。初期水面形状は、次式で与えられる。

$$\eta = 0.01 \cos\left(\frac{\pi x}{L}\right) \quad (29)$$

ここで、 η は平均水面を基準とする水面高さであり、 x は容器左端を原点とする水平方向の座標成分である。復元力として重力 ($g = 1.0$) のみを考慮し、気体と液体の粘性は 0 とし、完全流体と仮定した。また、気体の密度は 0.1、液体の密度は 1.0 を与えた。自由表面付近の最少メッシュ幅は 0.0025 を用いている。

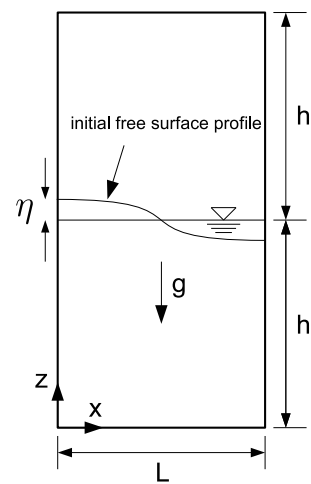


図-11 矩形容器と座標系

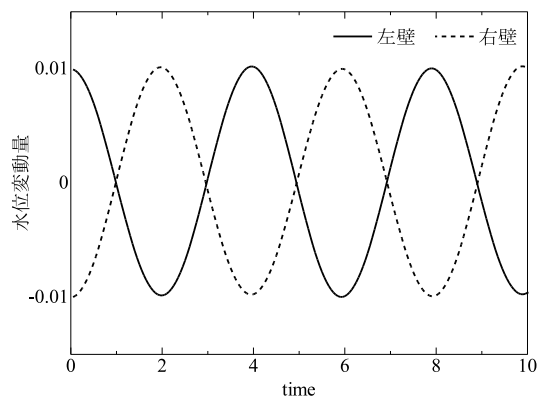


図-12 壁面における水位変動量

計算結果として、左壁と右壁における水位変動量を図-12に示す。 η は水深の 1/100、粘性を 0 として計算しているため、微小な定在波が減衰せずに持続する問題であり、解析結果も、ほぼ一定の振幅の液面振動が持続する妥当な結果が得られていることがわかる。こ

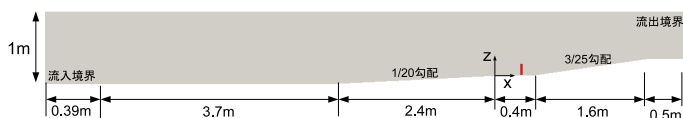


図-13 解析モデル図

のことより，本手法で用いている自由表面解析手法の有効性が確認できた．

(3) 流体力によるブロックの転倒解析

本手法の解析精度を検討するため、流体力によるブロックの転倒解析を行う。解析は、水路にモルタルブロックを置き、流体力によるブロックの転倒・移動量を実験値と比較を行う。実験では、初期水深 0.1m の水路に、造波用タンクに貯められた水を水路底面より放出し、段波を造波している。本解析では、実験で得られた底面の流入流速を境界条件として与え、解析を行った。解析領域を図-13に、また、図-14にブロック周辺の寸法を示す。ブロックは、モルタル（密度：2097 kg/m³）で作成し、スロープ終端から 0.185m の位置に設置し、ブロック後方にすべり防止のためアクリル板を配置した。ブロックは、半径 0.5cm の球要素を用いてモデル化し、バネ定数は 1.0×10^7 N/m、反発係数は 0.2 を用いた。本研究では、反発係数は 0.2 を仮定し、バネ定数は検証解析により安定かつ解析結果が変化しない値を決定した。また、微小時間増分量は、検証解析により安定に解析が行える値を決定し、流体計算では、 1.0×10^{-3} s、構造計算では、 2.5×10^{-7} s を用いた。また、摩擦角の違いによる影響を検討するため、30 度、20 度、15 度の 3 ケースについて解析を行った。

解析結果として、ブロック側面の上から 2cm の点の各方向への移動量を実験値と比較したものを図-15、図-16 に示す。y 方向の移動量は概ねよい一致を示していることがわかる。x 方向の移動量の実験値とのずれは、摩擦角が小さくなるとより実験値に近い値を示し、ブロックが転倒後のすべり量は、摩擦角の影響が大きく関与することがわかる。この結果から、底面の濡れ性を考慮した摩擦角の決定方法の検討が重要であることがわかる。

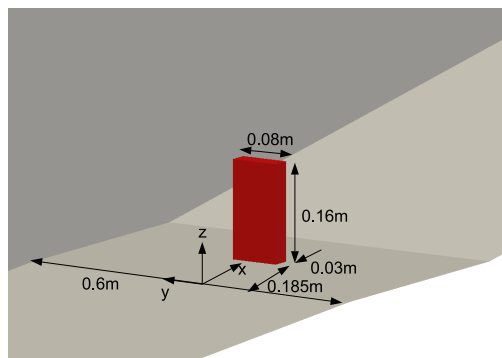


図-14 解析モデル図

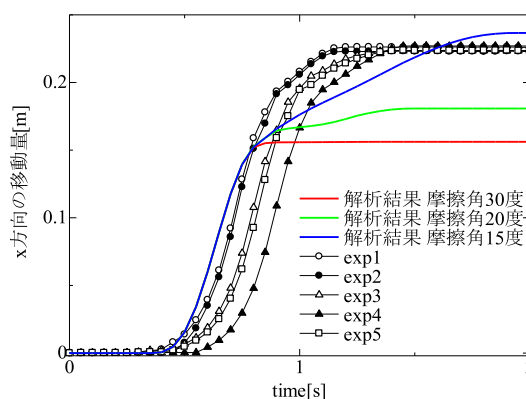


図-15 実験値との比較 (x 方向移動量)

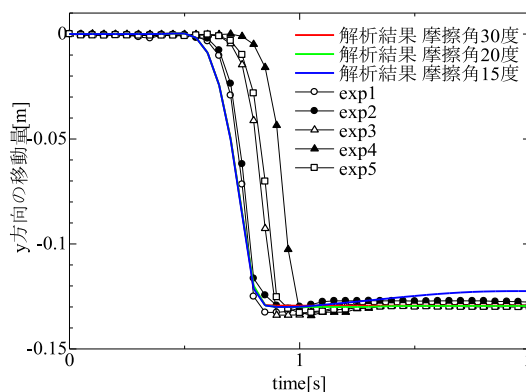


図-16 実験値との比較 (v 方向移動量)

(4) 津波荷重による構造物の破壊解析

数値解析例として、津波荷重による構造物の破壊解析を行った。図-17に解析モデルを示す。本解析では、構造物は剛体要素を用いてモデル化し、構造物の破壊を表現する。そのため、構造物の部材が複数の剛体要素でモデル化されるように剛体要素を配置している。そのため、構造物は、208 個の剛体要素（球要素の半径 0.1m）に分割してモデル化を行い、各剛体要素ごとに

Cohesive model によって結合している。また、DEM の解析で用いるバネ定数は $1.0 \times 10^7 \text{ N/m}$ 、反発係数は 0.2、摩擦角は 30 度を用い、Cohesive model のパラメータである結合力の上限值は $1.0 \times 10^7 \text{ N/m}^2$ 、破壊開口量 δ_f は 0.02m を用いた。なお、Cohesive model のパラメータは、FEM¹⁹⁾ を用いて構造物の柱の 3 点曲げ試験の解析を行い、破壊時の最大反力がほぼ等しくなるようにパラメータを同定した。流体解析には、総節点数:3185117、総要

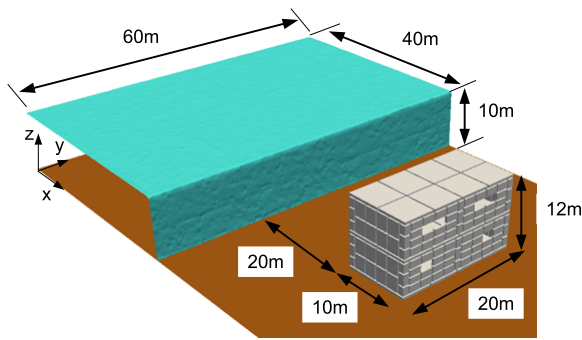


図-17 解析モデル図

素数 18757346 のメッシュを作成し、構造物付近の最小メッシュ幅は、0.01m になるように作成している。微小時間増分量は、流体解析では $2.0 \times 10^{-2} \text{s}$ 、構造解析では、 $1.0 \times 10^{-5} \text{s}$ を用いた。流体の初期条件として 10m の水柱を設定し、自由崩壊させ構造流体連成解析を行った。

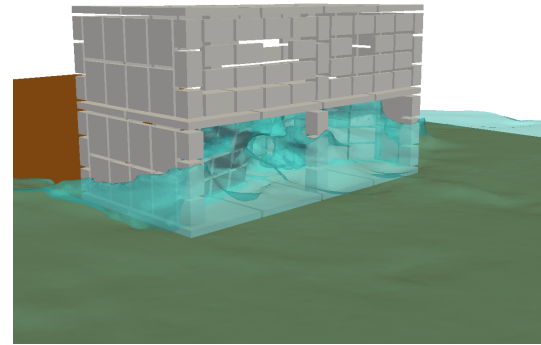
解析結果として、構造物前方より可視化した図-18 と、構造物後方より可視化した図-19 を示す。構造物前方からの津波が、1 階前面の壁面を壊し、その後、瓦礫となった壁面を巻き込みながら、後方の壁面を壊す様子が確認でき、この図より、流体力により、建物の壁面が破壊・接触し、流されていく様子が安定に解析が行われていることがわかる。このことより、本手法の実問題への適用性および安定性が確認できた。

5. おわりに

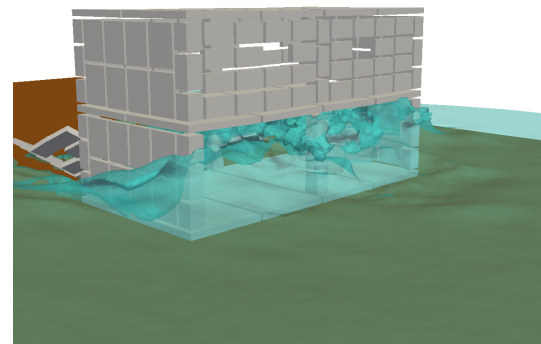
本研究では、構造物の破壊を含む構造流体連成解析手法を提案した。構造物の接触挙動および破壊挙動は、Cohesive model を導入した剛体要素を用いた個別要素法を用い、流体挙動の表現には、安定化有限被覆法を用い、構造物と流体の接触界面を表現し、相互連成解析を行った。

数値解析例では、Rotating Cylinder 問題、矩形容器内の微小振幅波問題、流体力によるブロックの転倒解析、津波荷重による構造物の破壊解析を取り上げ、本手法の計算精度および有効性について確認した。得られた結論を以下に挙げておく。

- Rotating Cylinder 問題、矩形容器内の微小振幅波問題では、保存形式に修正された Allen-Cahn 型の移流方程式が高精度かつ安定に解析が行われており、本手法で導入した体積補正が有効であることを示した。
- 流体力によるブロックの転倒解析では、ブロック転倒後のすべり量は摩擦角による影響が大きく関連していることを示した。
- 津波荷重による構造物の破壊解析では、構造物の



T=5.0s



T=9.0s

図-18 構造物の破壊解析結果（前方）

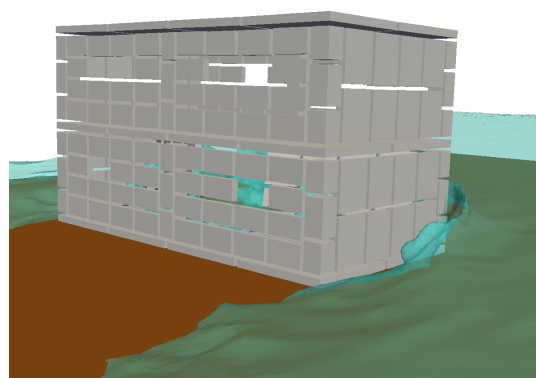
接触挙動および破壊挙動を考慮した解析が安定に行われていることから Cohesive model を用いた本連成解析手法の有効性を示すことができた。

今後の課題として、本研究では、構造物の破壊は剛体要素を結合することで表現しているため、予め、破壊面を既定しており、任意の破壊面を有する破壊現象が表現できない。そのため、連続体ベースの構造物の破壊モデルの導入を行う必要がある。また、流体解析と構造解析の安定に解析が行える時間増分量の決定方法、実地形を考慮した津波遡上による構造流体連成解析を行い、本手法の有効性についての検討が上げられる。

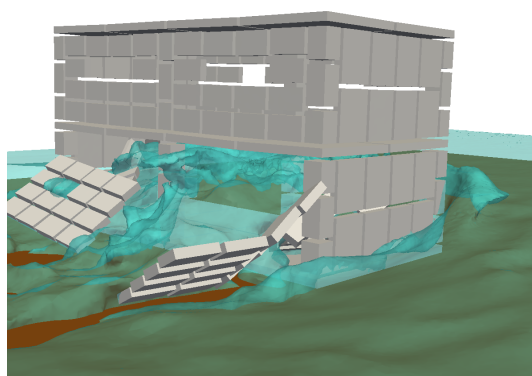
謝辞: 本研究は科学研究費助成金・基盤研究 (A)(課題番号: 25246043)「遡上津波と構造物の相互作用評価のためのマルチスケール数値実験」からの助成を受けたものです。ここに記して、感謝を表します。

参考文献

- 1) 牛島省, 福谷彰, 牧野統師: 3 次元自由表面流中の接触を伴う任意形状物体運動に対する数値解法, 土木学会論文集 B, 土木学会, Vol.64, No.2, pp.128-138, 2008.
- 2) 牧野統師, 牛島省, 吉川教正, 福津家久: 流木の流送と



T=5.0s



T=9.0s

図-19 構造物の破壊解析結果（後方）

集積に関する T 型固体モデルによる 3 次元数値計算, 水工学論文集, 土木学会, 第 52 巻, No.2, pp.991-996, 2008.

- 3) 田邊将一, 浅井光輝, 宮川欣也, 一色正晴: SPH 法による流体剛体連成解析とその橋梁流失被害予測への応用, 土木学会論文集 A2(応用力学), 土木学会, Vol.70, No.2 (応用力学論文集 Vol.17), I.329-I.338, 2014.
- 4) Terada, K., Asai, M. and Yamagishi, M.: Finite Cover method for linear and nonlinear analyses of heterogeneous solids, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol.58, Issue 9, pp.1321-1346, 2003.
- 5) 中村正人, 高瀬慎介, 檜山和男, 車谷麻緒, 寺田賢二郎: 有限被覆法に基づく自由表面を有する流体-構造連成解析手法の構築: 土木学会論文集 A2(応用力学), 土木学会, Vol.67, No.2 (応用力学論文集 Vol.14), I.199-I.208, 2011.
- 6) Brooks, A.N., Hughes, T.J.R.: streamline-upwind/Petrov-Galerkin formulations for convection dominated flows with particular emphasis on the incompressible Navier-Stokes equations, *Computer Methods in Applied Mechanics and*

Engineering, 32, pp.199-259, 1982.

- 7) Tezduyar, T.E.: Stabilized finite element formulations for incompressible flow computations: *Advanced in Applied Mechanics*, 28, pp.1-44, 1991.
- 8) Aliabadi, S., and Tezduyar, T.E.: Stabilized-finite-element/interface-capturing technique for parallel computation of unsteady flows with interfaces, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 190, pp.243-261, 2000.
- 9) Hichols, B.D., Hir, C.W., Hotchkiss, R.S.: SOLA-VOF: A solution algorithm for transient fluid flow with multiple free boundaries, *Los Alamos Scientific Lab. Report*, LA-8355, 1985.
- 10) Hughes, T.J.R., Liu, W.K. and Zimmermann, T.K.: Lagrangian-Eulerian finite element formulation for incompressible viscous flow, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 29, pp.329-349, 1981.
- 11) Huerta, A., Liu, W.K.: Viscous flow with large free surface motion, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 69, pp.277-324, 1988.
- 12) P-H. Chiu, Y-T. Lin: A conservative phase field method for solving incompressible two-phase flows, *Journal of Computational Physics*, Vol.230, pp.185-204, 2011.
- 13) N. Tanaka, J. Matsumoto and S. Matsumoto: Phase-field model-based simulation of motions of a two-phase fluid on solid surface, *Journal of Computational Science and Technology*, Vol.7 No.2, pp.322-337, 2013.
- 14) Cundall, P. A.: A Computer model for simulating progressive, Large Scale movement in blocky rock system, *Proceedings of ISRM Symposium*, pp.11-18, 1971.
- 15) 橘一光, 森口周二, 寺田賢二郎, 高瀬慎介, 京谷孝史, 加藤準治: 個別要素法を用いた落石シミュレーションにおける形状精度と解析精度の定量的関連付け, 土木学会論文集 A2(応用力学), 土木学会, Vol.70, No.2 (応用力学論文集 Vol.17), I.519-I.530, 2014.
- 16) Needleman A.: A continuum model for void nucleation by inclusion debonding, *J Appl Mech*, Vol.54, pp.525-531, 1987.
- 17) 牛島省, 竹村雅樹, 山田修三, 福津家久: 非圧縮性流体解析に基づく粒子-流体混合系の計算法 (MICS) の提案, 土木学会論文集, 土木学会, No.740/II-64, pp.121-130, 2003.
- 18) 牛島省, 竹村雅樹, 福津家久: コロケード格子配置を用いた MAC 系解法の計算スキームに関する考察, 土木学会論文集, 土木学会, No.719/II-61, pp.11-19, 2002.
- 19) 車谷麻緒, 寺田賢二郎, 加藤準治, 京谷孝史, 檜山和男: コンクリートの破壊力学に基づく等方性損傷モデルの定式化とその性能評価, 日本計算工学会論文集, No.20130015, 2013.

(2015. 6. 23 受付)

FINITE COVER BASED FLUID-STRUCTURE INTERACTION ANALYSIS INCLUDING FRACTURE OF STRUCTURE

Shinsuke TAKASE, Shuji MORIGUCHI, Kenjiro TERADA, Naoki KOYAMA,
Kenji KANEKO, Mao KURUMATANI, Junji KATO and Takashi KYOYA

This paper presents stabilized finite cover based fluid-structure interaction analysis including fracture of structure. The fracture of structure and the contact of structure uses the discrete element method using Cohesive model. The stabilized method based on SUPG/PSPG methods are employed to solve the incompressible Navier-Stokes equation. Since the physical domain is defined independently of the mathematical domain in the finite cover method, the physical boundaries of the structure are represented explicitly in a spatially fixed mesh so that the continuity condition can be imposed directly on the actual interface within the framework of Eulerian approach, and the continuity conditions of velocity and stress vectors at the interface are imposed with the penalty method. Several numerical examples are presented to demonstrate the validity and efficiency of the proposed fluid-structure interaction method.